

शिक्षा का उत्थान,

शिक्षक का सम्मान,

मानवता का कल्याण

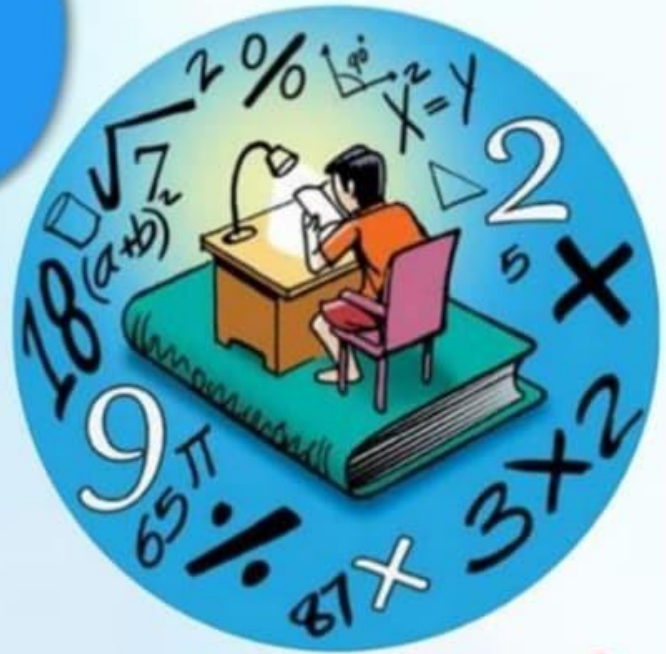
# मिशन शिक्षण संवाद

## पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर



## विषय- गणित



आओ हाथ से हाथ मिलाएं बेसिक शिक्षा का मान बढ़ाएं।

# 9458278429







## संख्या सिद्धांत

**अंक** - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 अंक कहे जाते हैं। इन अंकों की सहायता से हम संख्या बना सकते हैं।

**प्राकृतिक संख्याएँ**- जिन संख्याओं से हम वस्तुओं की गिनती करते हैं, उन्हें प्राकृतिक संख्या कहते हैं, जैसे -1,2,3 .....इत्यादि। इसमें शून्य नहीं आता। प्राकृतिक संख्याओं को धन पूर्णांक भी कहते हैं।

**पूर्ण संख्याएँ**- यदि प्राकृतिक संख्याओं में 'शून्य' को भी सम्मिलित कर दिया जाए तो प्राप्त संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं, अर्थात् 0,1,2, 3, 4, 5 ....पूर्ण संख्याएँ हैं।

**सम संख्याएँ**- वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाती हैं , सम संख्याएँ कहलाती हैं, जैसे- 2,4,6,8,10..... इत्यादि।

**विषम संख्याएँ**- वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित नहीं न हों, विषम संख्याएँ कहलाती हैं, जैसे-1,3,5,7,9,15... इत्यादि।

**भाज्य संख्याएँ**- वे संख्याएँ जो एक और स्वयं के अतिरिक्त किसी अन्य संख्या से भी विभाजित हो जाती हैं, भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं, जैसे-4,9,12,15 ....इत्यादि।

**अभाज्य संख्याएँ**- वे संख्याएँ जो एक और स्वयं के अतिरिक्त किसी अन्य संख्या से विभाजित नहीं होती, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं, जैसे- 2,3,5,7,11,13,17.... इत्यादि।

**नोट**-(1) संख्या 1 न तो भाज्य है और न ही अभाज्य।  
(2) ऐसी संख्या जो सम भी है और अभाज्य भी ,वह केवल 2 है।





## संख्या प्रणाली के बारे में

किसी भी संख्या को लिखने के लिए हम दस संकेतों के प्रयोग करते हैं ये संकेत हिन्दू-अरेबिक न्यूमरल्स कहलाते हैं। जो 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 इन संकेतों की सहायता से संख्या का निर्माण किया जा सकता है।

## संख्याओं को पढ़ने की विधियाँ

### भारतीय गणना प्रणाली

### अंतरराष्ट्रीय गणना प्रणाली

### रोमन प्रणाली

भारतीय गणना प्रणाली को ही हिन्दू-अरबी गणना प्रणाली भी कहते हैं। इसमें संख्याओं को लिखने के लिए क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हज़ार, दस हज़ार, लाख, दस लाख, करोड़, दस करोड़, अरब, दस अरब, खरब, नील, दस नील, पदम, दस पदम, शंख, दस शंख, महा शंख आदि स्थान होते हैं। व्यवहार में दस करोड़ तक की संख्याएँ अधिक प्रचलित हैं। इसमें इकाई से ऊपर बढ़ने पर, उतना ही अंकों के मान में दस गुने की वृद्धि होती है।

जैसे- एक संख्या 33, 45, 34, 217 लिखा जाता है व तैतीस करोड़, पैतालीस लाख, चौतीस हज़ार, दो सौ सत्रह पढ़ा जाता है।

(संख्या पढ़ना सामने टेबल से समझें)

आवर्त	मान	संख्या
करोड़	दस करोड़ - 10,00,00,000	3
	करोड़ - 1,00,00,000	3
लाख	दस लाख- 10,00,000	4
	लाख- 1,00,000	5
हज़ार	दस हज़ार- 10,000	3
	हज़ार- 1,000	4
इकाइयाँ	सैकड़ा- 100	2
	दहाइयाँ - 10	1
	इकाईयाँ- 1	7



## संख्याओं को पढ़ने की विधियाँ

# 2

भारतीय गणना प्रणाली

अंतरराष्ट्रीय गणना प्रणाली

रोमन प्रणाली

यह गणना प्रणाली विश्व की सर्वाधिक प्रचलित प्रणाली है। इसे ब्रिटिश प्रणाली भी कहा जाता है।

आवर्त	मान	संख्या
मिलियन	सौ मिलियन - 100,000,000	3
	दस मिलियन - 10,000,000	3
	मिलियन - 1,000,000	4
लाख	सौ हजार - 100,000	5
हज़ार	दस हज़ार - 10,000	3
	हज़ार - 1,000	4
इकाइयाँ	सैकड़ा - 100	2
	दहाइयाँ - 10	1
	इकाइयाँ - 1	7

उपरोक्त संख्या को 334, 534, 217 लिखा जाता है व तीन सौ चौतीस मिलियन, पाँच सौ चौतीस हज़ार, दो सौ सत्रह पढ़ा जाएगा।

हिन्दू-अरेबिक पद्धति	रोमन पद्धति	अन्य रोमन संख्याएँ
1	I	30 = XXX
2	II	40 = XL
3	III	50 = L
4	IV	100 = C
5	V	500 = D
6	VI	1000 = M
7	VII	
8	VIII	
9	IX	
10	X	
11	XI	
12	XII	
13	XIII	
14	XIV	
15	XV	
16	XVI	
17	XVII	
18	XVIII	
19	XIX	
20	XX	







## अभ्यास प्रश्न

3

प्रश्न: 1- 95876 को भारतीय प्रणाली में शब्दों में लिखिए।

- (1) नौ हजार आठ सौ छियात्तर (2) पिचानवे हजार, आठ सौ छियात्तर  
(3) पिचानवे हजार, आठ सौ छियात्तर। (4) उपरोक्त में से कोई नहीं

प्रश्न: 2- सत्तर हजार, तीन सौ चौसठ को अंकों में लिखिए।

- (1) 70364 (2) 70634 (3) 70463 (4) 70365

प्रश्न: 3- 100 को रोमन पद्धति में लिखा जाएगा।

- (1) M (2) XX (3) C (4) D

प्रश्न: 4- 70876 को भारतीय प्रणाली में शब्दों में लिखिए।

- (1) सत्तर हजार आठ सात छः (2) सत्तर हजार आठ सौ छियात्तर  
(3) सत्तर सतासी छः (4) सत्तर हजार आठ सौ सरसठ

प्रश्न: 5- 600 को रोमन अंक में लिखा जाएगा।

- (1) D (2) CC (3) DC (4) CD

प्रश्न: 6- 99 को रोमन अंक में लिखा जाएगा।

- (1) M (2) XIX (3) LIX (D) XCIX

प्रश्न: 7- 876, 123, 545 को अंतर्राष्ट्रीय पद्धति में लिखा जाएगा।

- (1) आठ सौ सरसठ मिलियन, एक सौ तेईस हजार, पांच सौ पैतालीस  
(2) आठ सौ छियात्तर मिलियन, तेईस हजार, पांच सौ पैतालीस  
(3) आठ सौ छियात्तर मिलियन, एक सौ तेईस हजार, पांच सौ पैतालीस  
(4) उपरोक्त सभी





संख्या

स्थानीय मान (Place Value)

अंकित मान (Face Value)

किसी भी संख्या में किसी अंक का जातीय/अंकित मान उस अंक के बराबर ही होता है चाहे वह अंक किसी भी स्थान पर हो।

**उदाहरण-**

625 में 5 का जातीय मान 5, 2 का जातीय मान 2 तथा 6 का जातीय मान 6 होगा।

**अभ्यास-**

प्रश्न 1: निम्न संख्याओं में 5 एवम् 4 का स्थानीय मान ज्ञात करो। उनके योग व अंतर भी ज्ञात करो।

- (क) 345670  
(ख) 5432100  
(ग) 45678  
(घ) 8947650  
(ङ) 43215

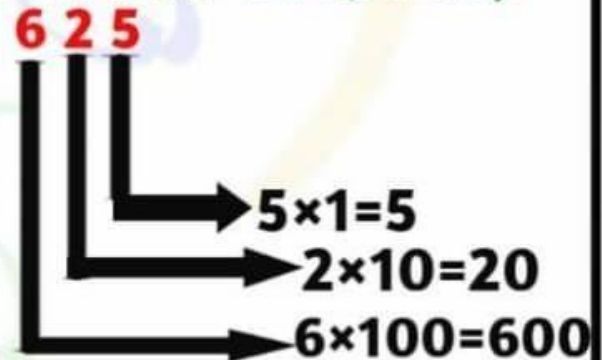
प्रश्न 2: निम्न संख्याओं में प्रत्येक अंक का जातीय मान ज्ञात करो।

- (क) 2536  
(ख) 4569

किसी संख्या में किसी अंक का स्थानीय मान निकालने के लिए यह देखा जाता है कि वह अंक किस स्थान पर है, जैसे इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार आदि और उस स्थान की संख्या का उस अंक से गुणा करके स्थानीय मान ज्ञात कर लेते हैं।

**उदाहरण-**

625 में 5 का स्थानीय मान  $5 \times 1 = 5$ ,  
2 का स्थानीय मान  $2 \times 10 = 20$ ,  
6 का स्थानीय मान  $6 \times 100 = 600$  होगा क्योंकि संख्या 625 में 5 इकाई, 2 दहाई, 6 सैकड़े के स्थान पर है।  
इसे निम्न प्रकार से भी समझ सकते हैं-



**उत्तरमाला क्रमांक- 002**

1. (2), (3); 2. (1); 3. (3); 4. (2);  
5. (3); 6. (D); 7. (3)





पूर्ववर्ती संख्या  
(Predecessor)

संख्या

परवर्ती संख्या / अनुवर्ती संख्या  
(Successor)

किसी भी संख्या के पूर्व में अर्थात् पहले आने वाली संख्या उस मूल संख्या की पूर्ववर्ती संख्या कहलाती है। इसकी गणना दी गई संख्या में से 1 घटा कर की जाती है।

**जैसे-** 5468 की पूर्ववर्ती संख्या  
 $5468-1=5467$  है।

किसी भी संख्या के बाद में आने वाली संख्या उस मूल संख्या की परवर्ती संख्या कहलाती है। इसकी गणना दी गयी संख्या में 1 जोड़ कर की जाती है।

**जैसे-** 5468 की परवर्ती संख्या  
 $5468+1=5469$  है।

## छोटी और बड़ी संख्याएँ-

- \* एक अंक की सबसे छोटी संख्या 1 है तथा सबसे बड़ी संख्या 9 है।
  - \* दो अंकों की सबसे छोटी संख्या 10 है तथा सबसे बड़ी संख्या 99 है।
  - \* तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या 100 है तथा सबसे बड़ी संख्या 999 है।
- इसी प्रकार हम 4,5,6... अंकों की सबसे छोटी और सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कर सकते हैं।

## आरोही क्रम(Ascending Order or Increasing Order)-

संख्याओं के बढ़ते क्रम को **आरोही क्रम** कहा जाता है।

**जैसे-** 356, 458, 964, 821 को आरोही क्रम में लिखो-

यहां सभी संख्याएँ सैकड़ा की हैं, सैकड़े का सबसे छोटा अंक 3 है, फिर 4, फिर 8 और फिर 9 है।

$356 < 458 < 821 < 964$

**एक अन्य उदाहरण द्वारा समझते हैं-**

**561, 532, 512, 541 को आरोही क्रम में लिखो-**

यहां सभी संख्याओं में सैकड़े का अंक समान है, इसलिए हम दहाई का अंक देखेंगे।

दहाई के अंकों में सबसे छोटा अंक 1, फिर 3, फिर 4 और फिर 6 है।

$512 < 532 < 541 < 561$

इसी प्रकार दहाई का अंक समान होने पर हम इकाई का अंक देखेंगे।



**अवरोही क्रम (Descending order or Decreasing order)-**

संख्याओं के घटते क्रम को **अवरोही क्रम** कहा जाता है।

**जैसे- 356,458,964,821को अवरोही क्रम में लिखो-**

यहां सभी संख्याएँ सैकड़ा की हैं, सैकड़े का सबसे बड़ा अंक 9 है, फिर 8 फिर 4, फिर 3

अतः  $964 > 821 > 458 > 356$

इसी प्रकार सैकड़े का अंक समान होने पर हम दहाई का अंक देखेंगे और दहाई का अंक समान होने पर इकाई का अंक देखेंगे।

**अभ्यास-**

1) निम्नलिखित संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्या व परवर्ती संख्या ज्ञात करो-

क) 2356

ख) 78639

ग) 10000

2) पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या क्या होगी?

3) चार अंकों की सबसे छोटी संख्या क्या होगी?

4) दी गई संख्याओं को आरोही क्रम में लिखो-

425,635,359,126

5) दी गई संख्याओं को अवरोही क्रम में लिखो-

456,127,765,983

**उत्तरमाला क्रमांक-003**

1) \*

5000,40000,45000,35000

\* 5000000,400000,5400000,  
4600000

\* 5000,4000,45000,35000

\* 5,40000,40005,39995

2) क) 2,5,3,6

ख) 4,5,6,9





## संख्याएँ

संख्याएँ गणित की मूल आधार हैं। द्वाशमिक प्रणाली में किसी संख्या को लिखने के लिए दस अंकों (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) का प्रयोग किया जाता है।

## संख्याओं के प्रकार

### प्राकृतिक संख्याएँ

संख्याएँ 1, 2, 3,.....आदि जो वस्तुओं को गिनने के काम आती हैं। धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहलाती हैं।

### पूर्ण संख्याएँ

0 (शून्य) सहित सभी प्राकृतिक संख्याओं को पूर्ण संख्याएँ कहा जाता है। इस प्रकार 0, 1, 2, 3, 4, 5,.....आदि सभी पूर्ण संख्याएँ हैं।

### भाज्य संख्याएँ

ये 1 से बड़ी वे प्राकृतिक संख्याएँ हैं जो स्वयं तथा 1 के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या से विभाजित हो सकती हैं और ये भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 9 आदि।

### अभाज्य संख्याएँ

संख्या एक के अतिरिक्त वे धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ जो 1 तथा स्वयं के अतिरिक्त किसी और संख्या से विभाजित नहीं होती हैं, उन्हें अभाज्य या रूढ़ संख्या कहा जाता है। जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13.....आदि।  
(2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।)

### सम संख्याएँ

वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएं, सम संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 2, 4, 6, 8, 10 आदि।



### विषम संख्याएँ

वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित न हों, विषम संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 1, 3, 5, 7.....आदि।

## अभ्यास प्रश्न

प्रश्न: 1- 1 से 50 तक की संख्याओं में विषम संख्याएँ छाँटिए।

प्रश्न: 2- 51 से 100 तक की संख्याओं में सम संख्याएँ छाँटिए।

प्रश्न: 3- ऐसी कौन सी संख्या है जो प्राकृतिक संख्या नहीं है।

प्रश्न: 4- सबसे छोटी अभाज्य और भाज्य संख्या बताओ।

प्रश्न: 5- 21 से 100 तक भाज्य और अभाज्य संख्याएँ अलग - अलग लिखिए।

प्रश्न: 6 - प्रथम 10 भाज्य संख्याओं का योग क्या होगा?

प्रश्न: 7- प्रथम 20 सम संख्याओं का योग क्या होगा?





प्राकृत संख्याओं में शून्य शामिल करने पर पूर्ण संख्याएँ प्राप्त होती हैं। जैसे-0,1,2,3,4,5,6... \*शून्य सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।

## पूर्ण संख्याओं पर आधारित संक्रियाएँ -

### 1. जोड़

### 2. घटाव

### 3. गुणा

### 4. भाग

**1. जोड़-** जब एक या एक से अधिक संख्याओं को दूसरी संख्या में शामिल करना होता है तो उसे योग या जोड़ कहते हैं। जिन संख्याओं को जोड़ा जाता है उन्हें योज्य कहा जाता है तथा प्राप्त उत्तर योगफल कहलाता है।

**जोड़ का चिह्न '+' है।**

पूर्ण संख्याओं को जोड़ते समय इकाई के अंक में इकाई का अंक, दहाई के अंक में दहाई का अंक तथा सैकड़े के अंक में सैकड़े का अंक जोड़ना चाहिए।

$$123 + 231 = 354$$

**योज्य + योज्य = योगफल**

**2. घटाव-** जब किसी संख्या में से किसी अन्य संख्या को अलग किया जाता है तो इस संक्रिया को घटाव कहते हैं। जिस संख्या में से घटाया जाता है उसे व्यवकल्प (Minuend) कहते हैं, जिस संख्या को घटाया जाता है उसे व्यवकलित (Subtrahend) कहते हैं, प्राप्त उत्तर अंतर (Difference) कहलाता है।

**घटाव का चिह्न '-' है।**

पूर्ण संख्याओं के घटाने में इकाई के अंक में से इकाई का अंक, दहाई के अंक में से दहाई का अंक तथा सैकड़े के अंक में से सैकड़े का अंक घटाना चाहिए।

$$564 - 223 = 321$$

**व्यवकल्प - व्यवकलपित = अंतर**

**Minuend - Subtrahend = Difference**





### 3. गुणा-

जब किसी संख्या अथवा अंक में उसी संख्या अथवा अंक को एक या एक से अधिक बार जोड़ा जाता है तो उसे गुणा (Multiplication) कहते हैं। संख्या अथवा अंक को जितनी बार जोड़ा जाता है वह उतनी ही बार गुणा होता है।

गुणा को 'x' चिह्न से प्रदर्शित किया जाता है।

जिस संख्या से गुणा किया जाता है उसे गुणक (Multiplier) कहते हैं, जिस संख्या में गुणा किया जाता है उसे गुण्य (Multiplicand) कहते हैं तथा दो संख्याओं को गुणा करके जो परिणाम प्राप्त होता है उसे गुणनफल (Product) कहते हैं।

उदाहरण-  $12 \times 8 = 96$

गुण्य  $\times$  गुणक = गुणनफल  
Multiplicand  $\times$   
Multiplier = Product

### 4. भाग-

गुणा करने की प्रक्रिया के विरुद्ध प्रक्रिया को भाग (Division) कहा जाता है। जब किसी संख्या अथवा अंक में किसी संख्या अथवा अंक को एक से अधिक बार घटाया जाता है तो उसे भाग कहते हैं। संख्या अथवा अंक को जितनी बार विभाजित किया जाता है, उतनी ही बार भाग देना होता है।

भाग को ' $\div$ ' चिह्न से प्रदर्शित किया जाता है।

दिए हुए गुणनफल को 'भाज्य' (Dividend), दी हुई संख्या को 'भाजक' (Divisor) और अभीष्ट संख्या को 'भागफल' (quotient) कहते हैं भाग करने के उपरांत नीचे बची संख्या शेषफल (Remainder) कहलाती है।

उदाहरण- यदि हम 567 में 12 का भाग दें, तो भाग 47 बार जाता है और 3 शेष बचता है। अतः इसमें 567 भाज्य, 12 भाजक, 47 भागफल और 3 शेष बचता है।

अतः भाज्य = भाजक  $\times$  भागफल + शेषफल

Dividend = Divisor  $\times$  Quotient + Remainder





## अभ्यास

निम्नलिखित प्रश्नों को हल करें-

1.  $317 + 456$
2.  $736 - 259$
3. यदि गुण्य 15 तथा गुणक 25 हो तो गुणनफल क्या होगा ?
4.  $670 \div 5$  में भागफल व शेषफल ज्ञात करें।
5. यदि एक संख्या 512 है और दूसरी संख्या 456 है तो दोनों संख्याओं का अंतर क्या होगा?
6.  $456 + 238$
7.  $789 - 129$
8.  $753 \times 6$
9. यदि दो संख्याएँ 215 तथा 66 हैं तो दोनों का गुणनफल ज्ञात करो।
10.  $986 + 789$



### अब तक हमने जाना-

प्राकृत संख्याओं में शून्य शामिल करने पर पूर्ण संख्याएँ प्राप्त होती हैं। जैसे- 0,1,2,3,4,5,6....

\*शून्य सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।

\*पूर्ण संख्याओं की चार आधारभूत संक्रियाएँ हैं-

1. जोड़ 2. घटाव 3. गुणा 4. भाग

\*योज्य + योज्य = योगफल

\*व्यवकल्प - व्यवकल्पित = अंतर

Minuend - Subtrahend = Difference

\*गुण्य × गुणक = गुणनफल

Multiplicand × Multiplier = Product

\*भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

Dividend = Divisor × Quotient + Remainder

विभाजन मुख्यतः दो प्रकार का होता है-

1) पूर्ण विभाजन

2) अपूर्ण विभाजन

1) पूर्ण विभाजन - वह विभाजन जिसमें भाग देने के बाद शेषफल शून्य बचे।

भाजक) भाज्य (भागफल

.....  
 x x x x

अर्थात् भाज्य ÷ भाजक = भागफल

या भागफल × भाजक = भाज्य

या भाजक = भाज्य ÷ भागफल

उदाहरण 
$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 378} \quad (54 \\ - 35 \phantom{0} \\ \hline 028 \\ - 28 \\ \hline 00 \end{array}$$

2) अपूर्ण विभाजन- वह विभाजन जिस में भाग देने के बाद शेषफल बचे।

भाजक) भाज्य (भागफल

.....  
 शेषफल

अर्थात् भाज्य ÷ भाजक = भागफल + शेषफल

या भागफल × भाजक + शेषफल = भाज्य

या भाजक + शेषफल = भाज्य ÷ भागफल

उदाहरण 
$$\begin{array}{r} 3 \leftarrow \text{भागफल} \\ \text{भाजक} \rightarrow 7 \overline{) 25} \leftarrow \text{भाज्य} \\ - 21 \\ \hline 04 \leftarrow \text{शेषफल} \end{array}$$

भाजक = 7

भाज्य = 25

भागफल = 3

शेषफल = 4

### विभाज्यता के नियम-

2 से विभाज्यता- जिस संख्या का इकाई का अंक शून्य हो या दो से पूरा-पूरा कटने वाला हो, वह 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे- 184, 246, 580, 998, ... में इकाई के अंक क्रमशः 4, 6, 0, 8 हैं तो दी गई संख्याएँ 2 से विभाजित हो जाएंगी।

3 से विभाज्यता- जिस संख्या के अंकों का योग 3 से विभाजित हो जाए वह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे- 105, 420, ... में 105 के अंकों का योग = 1+0+5=6 है जोकि 3 से विभाजित हो जाएगा, अतः 105 भी 3 से विभाजित हो जाएगा।





## अभ्यास

### निम्नलिखित प्रश्नों को हल करें-

1. यदि दो संख्याओं का गुणनफल 125 हो तथा एक संख्या 25 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात करो।
2. निम्न में से पूर्ण तथा अपूर्ण विभाजन क्या होंगे-  
(क)  $123 \div 3$   
(ख)  $56 \div 2$
3. यदि गुण्य 25 तथा गुणक 8 हो तो गुणनफल क्या होगा ?
4.  $625 \div 25$  में भागफल व शेषफल ज्ञात करें।
5. निम्न संख्याओं में से 2 से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्याएँ छांटें-  
457, 126, 756, 8690
6. निम्न संख्याओं में से 3 से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्याएँ क्या होंगी-  
458, 258, 189, 3006
7. 1 से 50 तक संख्याओं में 2 व 3 से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्याएँ अलग-अलग लिखें।



### 2 से विभाज्यता-

जिस संख्या का इकाई का अंक शून्य हो या दो से पूरा-पूरा कटने वाला हो, वह 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे- 184,246,580,998,... में इकाई के अंक क्रमशः 4,6,0,8 हैं तो दी गई संख्याएँ 2 से विभाजित हो जाएंगी।

### 3 और 9 से विभाज्यता-

\*जिस संख्या के अंकों का योग 3 से विभाजित हो जाए, वह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे- 105,420,... में 105 के अंकों का योग=1+0+5=6 है, जोकि 3 से विभाजित हो जाएगा। अतः 105 भी 3 से विभाजित हो जाएगा।

\*यदि किसी संख्या में अंकों का योग 9 से पूर्णतः विभाजित होता है, तो वह संख्या 9 से अवश्य विभाजित होगी।

जैसे- 4104 में अंकों का योग 9 है, अतः यह संख्या 9 से विभाजित होगी।

### 4 और 8 से विभाज्यता -

\*कोई संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य होगी यदि उसके अंतिम 2 अंकों से बनी संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य हो। जैसे- 432 में अंतिम 2 अंकों से बनी संख्या 32 है जो 4 से पूर्णतः विभाज्य है।

अतः 432 चार से पूर्णतः विभाज्य होगा।

\* यदि किसी संख्या के दहाई व इकाई के स्थान पर शून्य अंक है तो ऐसी संख्या 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे - 100 , 800 ... आदि।

\*यदि किसी संख्या के अंतिम 3 अंक 8 से विभक्त हो तो वह संख्या 8 से पूर्णतः विभाज्य होती है। जैसे -14872, 8 से पूर्णतः विभक्त होगी।

\*जिस संख्या के इकाई, दहाई और सैकडा के अंक शून्य होते हैं वह संख्या भी 8 से विभाजित हो जाती है।

जैसे: 626000, 81717000

**6 से विभाज्यता** - यदि कोई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाजित हो जाती है तो ऐसी संख्या 6 से विभाजित हो जाएगी।

जैसे - 126 में

126 के अंकों का योग  $1 + 2 + 6 = 9$  है।

अतः यह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी।

संख्या 126 में इकाई का अंक 6 है तो यह संख्या 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी।

अतः संख्या 126, 6 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी।





### 5 और 10 से विभाज्यता -

\* यदि किसी संख्या के इकाई के स्थान पर 0 ( शून्य ) या 5 अंक है तो ऐसी संख्या 5 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे - 6450 , 7865 में इकाई के अंक क्रमशः 0 और 5 हैं। इसलिए दोनों संख्याएँ 5 से पूर्णतः विभाजित हो जाएंगी।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक शून्य (0) हो , तो वह संख्या 10 से पूर्णतः विभाजित हो जाएगी। जैसे- 5680, 46380

### 11 से विभाज्यता-

यदि किसी संख्या के सम और विषम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से विभाज्य हो तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित होगी।

जैसे- 14641 में विषम स्थानों के अंकों का योग एवं सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर शून्य है अतः यह संख्या 11 से अवश्य विभाजित होगी।

### द्विआधारी संक्रिया-

वह क्रिया जिसमें कोई निश्चित गणितीय क्रिया नहीं होती है, द्विआधारी संक्रिया कहलाती है। इसे विशेष चिह्न \* से प्रदर्शित करते हैं।  $2*3=?$

जैसे क \* ख = (क+ख)<sup>2</sup>-क ख

$$\begin{aligned} \text{हल} &= (2+3)^2-2\times 3 \\ &= 5^2-6 \\ &= 25-6 \\ &= 19 \end{aligned}$$

### अभ्यास-

प्रश्न 1 - निम्न में से कौन-सी संख्याएँ 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाएंगी ?

1162, 2328, 4756, 2500

प्रश्न 2 - निम्न संख्याएँ किससे पूर्णतः विभाजित होगी 4 या 5 से ज्ञात कीजिए ?

4525, 125, 750

प्रश्न 3 - दी गई संख्याओं में से 6 से विभाजित होने वाली संख्याएँ लिखें-

456, 7539, 4224, 5086

प्रश्न 4 - दी गई संख्याओं में से 2,3,4,5,11 से विभाजित होने वाली संख्याएँ अलग-अलग करके लिखें-

45689, 7258, 45330, 1331, 768335, 5300





## भिन्न (Fraction)

ऐसी संख्या जिसे क/ख के रूप में व्यक्त किया जा सके, भिन्न कहते हैं। जहाँ पर क को भिन्न का अंश और ख को भिन्न का हर कहते हैं। जैसे-  $5/7$  आदि।  
यहाँ पर 5 को अंश व 7 को हर कहा जाता है।

### भिन्न के प्रकार (Types Of Fractions)

#### \* सम भिन्न या उचित भिन्न (Proper Fraction)

यदि भिन्न का हर अंश से बड़ा हो तो भिन्न को सम भिन्न कहते हैं जैसे  $1/2$  आदि।

#### \* विषम भिन्न या अनुचित भिन्न (Improper Fraction)

यदि भिन्न का अंश हर से बड़ा हो या बराबर हो तो भिन्न को विषम भिन्न कहते हैं। जैसे :  $4/5, 7/5$  आदि।

#### \* मिश्र भिन्न (Mixed Fraction)

ऐसी भिन्न जिसके दो भाग होते हैं। उन भागों में से एक भाग तो पूर्ण संख्या होता है एवं दूसरा भाग उचित भिन्न होता है। वह भिन्न जो एक पूर्णांक एवं भिन्न से मिलकर बनी होती है, मिश्र भिन्न कहलाती है। जैसे :  $7\frac{1}{2}$  आदि।

### भिन्नों की मुख्य संक्रियाएँ-

#### \* भिन्नों का योग-

यदि भिन्नों के हर असमान हैं, तो हमें भिन्नों के हर का लघुत्तम समापवर्तक निकालना होगा और प्रत्येक भिन्न के अंश को लघुत्तम समापवर्तक के अनुरूप बदलना होगा। इस प्रक्रिया में हम प्रत्येक भिन्न के हर से ल० स० में भाग देते हैं और प्राप्त भागफल को भिन्न के अंश से गुणा कर लिख देते हैं और फिर सभी भिन्नों के प्राप्त अंशों को योग कर देते हैं। इस प्रकार भिन्नों का योग हो जाता है।

**उदाहरण**  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

#### \* भिन्नों का घटाना-

यदि भिन्नों के हर असमान हैं, तो सभी भिन्नों के हर का ल०स० लेते हैं और प्रत्येक भिन्न के अंश को ल० स० के समानुपात में बदल देते हैं, ठीक भिन्नों के जोड़ की तरह और फिर घटा देते हैं। इस प्रकार भिन्नों का घटाव हो जाता है।

**उदाहरण**  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

#### \* भिन्नों का गुणा-

भिन्नों का गुणनफल ज्ञात करने के लिए भिन्नों के अंश को अंश से तथा हर को हर से गुणा करते हैं।

**उदाहरण**  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

#### \* भिन्नों का भाग-

भिन्नों का भागफल ज्ञात करने के लिए पहली भिन्न को दूसरी भिन्न के व्युत्क्रम (Reciprocal) से गुणा कर देते हैं।

**उदाहरण**  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$

### भिन्नों की तुलना

\* भिन्नों की तुलना करने के लिए दी गई भिन्नों के हर को ल०स० निकालकर समान बना लेते हैं। इसके बाद प्रत्येक भिन्न के अंश को हर के समानुपात में बदल लेते हैं। जिस भिन्न का अंश बड़ा होता है, वह भिन्न बड़ी होती है।

#### उदाहरण

$$\frac{8}{5}, \frac{7}{6} = \frac{48}{30}, \frac{35}{30}$$

अतः  $8/5 > 7/6$

\* दो या दो से अधिक भिन्नों की श्रेणी में यदि प्रत्येक भिन्न का अंश समान हो तो सबसे छोटे हर वाली भिन्न सबसे बड़ी होगी।

#### उदाहरण

$$1/2 > 1/3$$

\* भिन्नों को बढ़ते हुए क्रम में लिखने के लिए सबसे पहले छोटी भिन्न, फिर उससे बड़ी भिन्न लिखी जाती है।

#### उदाहरण

$$2/5 < 3/5 < 4/5$$

\* भिन्नों को घटते हुए क्रम में लिखने के लिए सबसे पहले बड़ी भिन्न, उसके बाद छोटी भिन्न लिखते हैं।

#### उदाहरण

$$4/5 > 3/5 > 2/5$$





## अभ्यास

- 1) 6912\* में \* के स्थान पर कौन-सी संख्या रखें कि वह 25 से पूरी तरह विभाजित हो जाए?
- 2) यदि संख्या 325\*6, 3 से विभाजित हो जाती हो तो \* की जगह क्या होगा?
- 3) यदि संख्या 34\*24, 9 से विभाजित हो जाती है, तो तारांकित स्थान का अंक क्या होगा?
- 4) चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या और पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या का अन्तर ज्ञात करें।
- 5) एक कार्टन में 125 पुस्तकें पैक होती हैं। 35875 पुस्तकों को पैक करने के लिए कितने कार्टनों की आवश्यकता होगी?
- 6) 143865 निम्नलिखित में से किन अंकों से विभाज्य हैं-  
2,3,4,5,9
- 7) निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या 8 से विभाज्य है?  
1324, 3142, 8016, 4132
- 8) तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या को दो अंकों की सबसे छोटी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त होने वाला गुणनफल क्या होगा?
- 9) बाल दिवस के अवसर पर 15633 बच्चों ने प्रतियोगिता में भाग लिया। इनमें 8749 लड़कियाँ थी। बताइए कितने लड़के थे?
- 10) दी गई संख्याओं में से कौन-सी संख्या 2 व 5 दोनों से विभाज्य है-  
82550, 92583, 82641, 74395
- 11) छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या और 9801 का अंतर ज्ञात करें।
12. निम्न में से कौन-सी संख्या 25 से विभाज्य है-  
4568, 53889, 4025, 15625, इनमें से कोई नहीं
13. 222222 निम्न में से किससे विभाज्य है-  
12, 10, 11, 8
14. पाँच अंकों की कुल कितनी संख्याएँ हैं?
15. चार अंकों की बड़ी से बड़ी 75 से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्या ज्ञात करें।
- 16) 2 में से कितना घटाने पर  $\frac{3}{4}$  शेष रहेगा ?
- 17) किसी संख्या का पाँचवां भाग उसके 9 वें भाग से 12 अधिक है, तो वह संख्या क्या है ?
- 18) 5 बटा 14 में से कितना घटाने पर 2 बटा 6 प्राप्त होगा?
- 19) दो संख्याओं का गुणनफल 19 सही एक बटे दो है। यदि एक संख्या तीन सही 3 बटे 8 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए ?
- 20) यदि किसी राशि का एक बटे तीन 18 हो, तो उस राशि का एक बटे चार क्या होगा ?
- 21) दो बटे पांच तथा तीन बटे चार का योग क्या होगा ?
- 22)  $\frac{24}{72}$  का सरलतम रूप क्या होगा ?
- 23) एक बाल्टी का 3 बटे 5 भाग भरा हुआ है तथा उसे भरने के लिए 180 लीटर दूध की आवश्यकता है तो बाल्टी की क्षमता क्या है ?
- 24)  $\frac{13}{15}$ ,  $\frac{15}{17}$ ,  $\frac{17}{19}$  तथा  $\frac{19}{21}$  में से कौन सी संख्या सबसे बड़ी है ?
- 25)  $\frac{5}{14}$  में से क्या घटाया जाए कि प्राप्त भिन्न  $\frac{7}{42}$  हो जाए ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 010/1 टॉपिक -

लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्त्य

लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्त्य

### गुणनखण्ड ( Factor )

यदि कोई संख्या दूसरी संख्या से पूरी - पूरी विभाजित हो जाती है, तो दूसरी संख्या पहली संख्या का गुणनखण्ड कहलाती है।

उदाहरण - 10 का गुणनखण्ड

$10 = 2 \times 5$  संख्या 2 और 5, 10 के गुणनखण्ड हैं।

### अभाज्य गुणनखण्ड ( Prime Factors ) :

किसी संख्या के वे गुणनखण्ड जो अभाज्य संख्या हैं, अभाज्य गुणनखण्ड कहलाते हैं।

उदाहरण - 35 का गुणनखण्ड

$$35 = 5 \times 7$$

संख्या 5 और 7 अभाज्य संख्याएँ हैं अतः यह अभाज्य गुणनखण्ड है।

नोट: संख्या 2, 3, 5, 11, 13, 17 आदि अभाज्य संख्याएँ हैं।

### गुणज ( Multiples ) :

किसी संख्या के गुणज उसके गुणकों के रूप में होंगे। अर्थात् किसी भी संख्या के गुणनखण्ड या तो उस संख्या के बराबर होंगे या उससे बड़े होंगे। उदाहरण -

$$2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 5 = 10$$

अतः संख्या 2, 4, 6, 10 आदि संख्याएँ 2 की गुणज संख्या है।

### भाज्य संख्या ( Composite Number ) :

ऐसी संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड होते हैं, उन्हें भाज्य संख्या कहते हैं। उदाहरण -

$$4 \text{ का गुणनखण्ड } = 1, 2, 4$$

$$6 \text{ का गुणनखण्ड } = 1, 2, 3, 6$$

संख्या 4 में तीन गुणनखण्ड संख्या है, और संख्या 6 में चार गुणनखण्ड संख्या है। अतः संख्या 4 व 6 भाज्य संख्याएँ हैं।

### लघुत्तम समापवर्त्य ( Least Common Multiples or L.C.M )

दो या दो से अधिक संख्याओं का ल०स० वह छोटी सी छोटी संख्या है जो दी गई संख्याओं से पूरी - पूरी विभाजित हो जाए। उदाहरण - संख्या 16, 24, 36 का ल०स० ज्ञात करें।

2	16	24	36
2	8	12	18
2	4	6	9
2	2	3	9
3	1	3	9
3	1	1	3
	1	1	1

$$\text{ल०स० ( LCM ) } = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ = 144$$

ल०स० ज्ञात करने के लिए पहले सभी संख्याओं को कोमा लगाकर एक पंक्ति में लिख लेते हैं, और फिर अभाज्य संख्याओं से भाग देंगे। प्राप्त भागफलों को उसके ठीक नीचे अगली पंक्ति में उतार लेंगे और पुनः अभाज्य संख्याओं से भाग देंगे। यह प्रक्रिया तब तक दोहराएँगे जब तक सभी संख्याओं के स्थान पर 1 अंक न आ जाए। अब भाग देने वाली संख्याओं का गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल ही संख्याओं का ल०स० होगा।

### महत्तम समापवर्त्य ( Highest Common Factor or H.C.F )

दो या दो से अधिक संख्या का म०स० वह बड़ी सी बड़ी संख्या है जिससे इन दी हुई संख्याओं को पूर्णतः विभाजित किया जा सके। उदाहरण - संख्या 12, 18 और 24 का म०स० ज्ञात करें।

2	12	18	24
3	6	9	12
	2	3	4

$$\text{म०स० ( HCF ) } = 2 \times 3 \\ = 6$$

म०स० निकालने के लिए दी गई संख्याओं को एक पंक्ति में कोमा लगाकर लिख लेते हैं, और उन सभी संख्या में भाग हो सके ऐसी अभाज्य संख्या से भाग देते हैं। प्राप्त भागफल को उन संख्याओं के ठीक नीचे लिख देते हैं यदि सभी संख्याओं में भाग ना जाए तो प्राप्त भाग दी गई संख्याओं के गुणनफल को ही म०स० कहते हैं।

12, 18, और 24 तीनों संख्याएँ 6 से विभाजित हो जाती हैं, तथा 6 से बड़ी कोई अन्य संख्या 12, 18, और 24 को विभाजित नहीं कर सकती है। अतः 12, 18 और 24 का म०स० 6 है।





अभ्यास कार्य

प्रश्न 1 . 4 के पहले 5 गुणज ज्ञात करें ?

प्रश्न 2 . 48, 56, 72 और 108 का ल० स० ज्ञात करें ?

प्रश्न 3 . 64, 80 तथा 96 का म० स० ज्ञात करें ?

प्रश्न 4 . 7, 14, 28, 56 तथा 128 का ल० स० ज्ञात करें ?

प्रश्न 5 . 15, 30 तथा 120 का म० स० ज्ञात करें ?

प्रश्न 6 . 20 और 200 के मध्य 2, 3, 4 और 5 से पूर्णतः विभक्त होने वाली कुल संख्याएँ बताएँ ?

प्रश्न 7 . 48, 144 और 576 का म० स० ज्ञात करें ?

प्रश्न 8 . वह छोटी से छोटी संख्या कौन सी है जो 16, 24, 30 तथा 42 से पूर्णतः विभक्त हो जाए ?

प्रश्न 9 . वह बड़ी से बड़ी संख्या जिससे 121, 342 तथा 415 को भाग देने पर क्रमशः 10, 9 तथा 8 शेष बचे ?

प्रश्न 10 . दो संख्याओं का ल० स० और म० स० क्रमशः 180 और 3 है यदि एक संख्या 45 है तो दूसरी संख्या ज्ञात करें ?

प्रश्न 11 . वह संख्या, जिसे 8, 12, 15 से विभाजित करने पर प्रत्येक बार 3 शेष रहता है ज्ञात करें ?

प्रश्न 12 . चॉकलेट के दो ब्रांड 10 व 12 की पैकिंग में उपलब्ध है यदि मुझे दोनों ब्रांडों की एक समान संख्या में चॉकलेट लेनी हो तो प्रत्येक ब्रांड के कम से कम कितने चॉकलेट खरीदने होंगे ?

प्रश्न 13 . चार अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 15, 18, 21 तथा 24 में से प्रत्येक से भाग देने पर हर दशा में 4 शेष बचे ?

प्रश्न 14 . एक ड्रम का  $\frac{1}{5}$  भाग दूध से भरा हुआ है यदि इस को पूरा करने के लिए 28 लीटर और दूध चाहिए तो इस ड्रम की धारिता कितनी होगी ?

प्रश्न 15 . भाग के एक प्रश्न में यदि भाजक 51 भागफल 516 तथा शेषफल 27 है तो भाज्य ज्ञात करें ?

प्रश्न 16 . 26487 में यदि 6 और 8 को आपस में बदल दें तो नई संख्या और मूल संख्या में अंतर बताएँ ?

प्रश्न 17 :  $\frac{3}{8}$  के तुल्य भिन्न होगी ?

प्रश्न 18 :  $\frac{5}{14}$  में से क्या घटाया जाए कि प्राप्त भिन्न  $\frac{7}{42}$  हो जाए ?

प्रश्न 19 : दो संख्याओं का गुणनफल  $\frac{23}{50}$  है यदि एक संख्या  $\frac{46}{50}$  है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 20 : भिन्न  $\frac{4}{3}, \frac{5}{9}$  तथा  $\frac{6}{18}$  का योग क्या होगा ?

प्रश्न 21 : 5 अंकों की कुल कितनी संख्याएँ हैं ?

प्रश्न 22 : यदि संख्या  $34 \times 24,9$  से विभाजित हो जाती है तो तारांकित स्थान का अंक है ?





## वर्ग तथा वर्गमूल

**वर्ग-** यदि किसी संख्या को स्वयं उसी संख्या से गुणा किया जाए, तो उससे प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग कहलाती है।

जैसे:-

$$1 \times 1 = 1^2 = 1$$

$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$

$$5 \times 5 = 5^2 = 25 \dots \text{आदि}$$

नोट- \* वर्ग संख्याएँ 0, 1, 4, 5, 6, 9 पर समाप्त होती हैं अर्थात् यदि इनमें से कोई अंक इकाई के स्थान पर है, तो वह संख्या पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है।

\* यदि किसी संख्या के इकाई का अंक 2, 3, 7, 8 हैं, तो वह संख्या कभी भी पूर्ण वर्ग संख्या नहीं होगी।

**वर्ग संख्याओं के गुणधर्म-**

\* यदि किसी संख्या के इकाई के स्थान पर 1 या 9 है, तो उसके वर्ग के इकाई का अंक 1 होगा।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 2 या 8 है, तो उसके वर्ग का इकाई का अंक 4 होगा।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 3 या 7 है, तो उसके वर्ग का इकाई का अंक 9 होगा।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 4 या 6 है, तो उसके वर्ग का इकाई का अंक 6 होगा।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 5 है, तो उसके वर्ग का इकाई का अंक 5 होगा।

\* यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 0 है, तो उसके वर्ग का इकाई का अंक 0 होगा।

\* सम संख्याओं के वर्ग सम संख्याएँ होती हैं।

\* विषम संख्याओं के वर्ग विषम संख्याएँ होती हैं।

**वर्गमूल-** किसी संख्या का वर्गमूल वह संख्या है, जिसे अपने से ही गुणा करने पर दी गई संख्या प्राप्त होती है। इसे चिह्न ' $\sqrt{\quad}$ ' से प्रदर्शित करते हैं। इसे  $(\quad)^{1/2}$  से भी प्रदर्शित किया जाता है।

जैसे-  $\sqrt{16} = 4$  या  $(16)^{1/2} = 4$

**गुणनखंड विधि से वर्गमूल ज्ञात करना :**

दी गई संख्या के अभाज्य गुणनखंड निकाल लेते हैं और गुणनखंडों के प्रत्येक जोड़े में से एक संख्या लेकर गुणा कर लेते हैं। इस प्रकार दी गई संख्या का वर्गमूल ज्ञात हो जाता है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\sqrt{16} = 2 \times 2 = 4$$

**भाग विधि से वर्गमूल ज्ञात करना :**

दी गई संख्या के दाएं ओर से प्रारंभ करके जोड़े बना लेते हैं। अब ऐसी संख्या से भाग देते हैं, जिसका वर्ग पहले जोड़े के बराबर या उससे कम हो। शेषफल के आगे दूसरा जोड़ा ले लेते हैं, भागफल को दो गुणा करके बाईं ओर भाग की जगह लिखते हैं और पुनः इस प्रकार भाग देते हैं कि भाजक में इकाई के स्थान पर एक संख्या इस प्रकार चयन करते हैं कि संपूर्ण नई भाजक संख्या और चयनित संख्या का गुणनफल भाज्य से बराबर या कम हो। यही क्रम बार-बार दोहराते हैं जब तक की सभी जोड़े खत्म ना हो जाए। इस प्रकार प्राप्त भागफल दी गई संख्या का वर्गमूल होता है।

**उदाहरण-**

$$\begin{array}{r} 15 \\ 1 \overline{) 225} \\ \underline{1} \phantom{0} \\ 125 \\ \underline{125} \\ 000 \end{array} \quad \sqrt{225} = 15$$

## घन तथा घनमूल

**घन:** जब किसी संख्या को स्वयं उसी से तीन बार गुणा किया जाता है, तो प्राप्त संख्या उस संख्या का घन कहलाती है।

जैसे-

$$1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$$

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

$$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27 \dots \text{आदि}$$

नोट- \* सम संख्याओं के घन सम संख्याएँ होती हैं।

\* विषम संख्याओं के घन विषम संख्याएँ होती हैं।

**घनमूल-** किसी संख्या का घनमूल वह संख्या होती है, जिसकी तीसरी घात से दी गई संख्या प्राप्त होती है। इसे चिह्न ' $\sqrt[3]{\quad}$ ' से प्रदर्शित करते हैं। इसे  $(\quad)^{1/3}$  से भी प्रदर्शित किया जाता है।

जैसे-  $\sqrt[3]{64} = 4$  या  $(64)^{1/3} = 4$

**गुणनखंड विधि से घनमूल ज्ञात करना:**

दी गई संख्या के अभाज्य गुणनखंड निकाल लेते हैं और प्राप्त गुण खंडों को 3-3 के समूह में व्यवस्थित कर लेते हैं। हर समूह से 1, 1 संख्या लेकर गुणनफल निकाल लेते हैं, प्राप्त गुणनफल ही घनमूल होता है।

**उदाहरण-**

$$\begin{array}{r|l} 11 & 1331 \\ \hline 11 & 121 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1331 = 11 \times 11 \times 11 \\ \sqrt[3]{1331} = 11 \end{array}$$





### अभ्यास

1. दी गई संख्याओं का वर्ग ज्ञात करें-  
25, 12, 15

2. संख्या पैटर्न 1,4,9,16,25 .... में  
अगली दो संख्याएँ क्या होंगी?

3.  $\sqrt[3]{1000}$  का मान ज्ञात करो।

4. 1 से 100 तक पूर्ण वर्ग संख्याएँ  
लिखो।

5. यदि  $\sqrt{4096} = 64$  हो तो  $\sqrt{40.96}$   
क्या होगा?

6. 500के वर्ग में कितने शून्य होंगे?

7. यदि एक घन की भुजा 15 मीटर है,  
तो उसका आयतन ज्ञात करो।

8. एक वर्गाकार बोर्ड का क्षेत्रफल 144  
वर्ग इकाई है। बोर्ड की प्रत्येक भुजा  
की लंबाई क्या होगी?

9. यदि 1024 पौधों को इस प्रकार  
लगाया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति में  
उतने ही पौधे हों, जितनी पंक्तियाँ हैं,  
तो प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या  
ज्ञात कीजिए।

10. 38 के घन में इकाई का अंक क्या  
होगा?

11.  $53 \times 53$  का वर्गमूल क्या होगा?

12. 24025 का वर्गमूल ज्ञात करो।

13. 0.7 का वर्ग ज्ञात करो।

14. 512का घनमूल ज्ञात करो।

15. एक पूर्ण वर्ग में इकाई का अंक क्या  
नहीं हो सकता?

16. क्या संख्या 343 पूर्ण वर्ग है? यदि नहीं  
तो क्यों?

17. एक हॉल में 2704 सीटें हैं। यदि पंक्तियों  
की संख्या उतनी ही है जितनी कि एक  
पंक्ति में सीटें हैं, तो प्रत्येक पंक्ति में सीटों  
की संख्या ज्ञात कीजिए।

18. 15625 का घनमूल ज्ञात करो।

19. दी गई संख्याओं में से पूर्ण वर्ग संख्याएँ  
छांटें-  
225,441,343,4000,400

20. दी गई संख्याओं में से पूर्ण घन संख्याएँ  
छांटें-  
343,625,1331,14641

21. एक किसान अपने 150 मीटर भुजा  
वाले वर्गाकार खेत की जुताई करना चाहता  
है। उसे कितने क्षेत्रफल में जुताई करवानी  
होगी?

22.  $(144)^{1/2}$  और  $(1331)^{1/3}$  में कौन सी  
संख्या बड़ी है?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 012/1

टॉपिक - दशमलव

### दशमलव संख्या -

किसी भी दशमलव संख्या के दो भाग होते हैं, पहला पूर्ण संख्या भाग और दूसरा दशमलव भाग। जैसे - 26.28 में 26 पूर्ण संख्या भाग है, तथा इसमें दशमलव के दाएं ओर पहला स्थान दसवाँ दूसरा स्थान सौवाँ और इसी तरह तीसरा स्थान हजारवाँ कहलाता है। जैसे - संख्या 9.152 में एक दसवें, स्थान पर 5 सौवें, स्थान पर और 2 हजारवें स्थान पर है।



### दशमलव संख्याओं का योगफल -

दशमलव की संख्याओं का योग करने के लिए हम उन संख्याओं को इस तरह से लिखते हैं कि सभी संख्याओं के दशमलव एक ही खड़ी रेखा में हो जैसे - 345.654, 5.0876, 432.6 को इस प्रकार जोड़ेंगे -

$$\begin{array}{r} 345.6540 \\ 005.0876 \\ + 432.6000 \\ \hline 783.3416 \end{array}$$

### दशमलव संख्याओं का घटाव -

जिस प्रकार हम जोड़ में सभी संख्याओं को दशमलव के अनुसार एक ही स्तंभ में लिख लेते हैं। इसी प्रकार घटाव की संख्याओं को भी हम दशमलव के एक ही स्तंभ में व्यवस्थित कर लेते हैं और घटा लेते हैं। जैसे - 432.87564 - 32.8708

$$\begin{array}{r} 432.87564 \\ - 032.87080 \\ \hline 400.00484 \end{array}$$

### दशमलव संख्याओं का गुणा -

दशमलव संख्याओं का गुणा साधारण संख्याओं की तरह ही करते हैं, लेकिन प्राप्त गुणनफल में उतने ही अंकों के बाद दशमलव बिंदु लगा देते हैं, जितने अंक गुण्य और गुणक दोनों में जोड़कर होते हैं। जैसे - 3.45 × 678.2 का गुणनफल निम्न प्रकार होगा।

$$\begin{array}{r} 678.2 \\ \times 3.45 \\ \hline 33910 \\ 27128 \times \\ + 20346 \times \times \\ \hline 2339.790 \end{array}$$

### दशमलव संख्याओं का भाग -

दशमलव संख्याओं का भाग करने के लिए सर्वप्रथम भाजक से दशमलव को हटा देते हैं और उतने ही स्थान भाज्य की संख्या में दशमलव को विस्थापित कर देते हैं।

इस प्रकार भाजक को दशमलव मुक्त कर लेते हैं, और सबसे पहले भाज्य के पूर्ण संख्या वाले भाग में भाग की क्रिया करते हैं। फिर दशमलव को भागफल में लगाकर दशमलव भाग में भाग की क्रिया करते हैं। शेषफल बचे रहने की स्थिति में हम भाज्य की दशमलव संख्या में आवश्यक शून्य बढ़ा सकते हैं, और भाग को पूर्ण होने तक जारी रख सकते हैं। जैसे 12.456 ÷ 2.5

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 12.4560} \quad 4.9824 \\ \underline{-100} \\ 245 \\ \underline{-225} \\ 206 \\ \underline{-200} \\ 60 \\ \underline{-50} \\ 100 \\ \underline{-100} \\ 000 \end{array}$$

साधारण भिन्न को दशमलव में बदलना - साधारण भिन्न को दशमलव संख्या में बदलने के लिए अंश को हर से भाग देते हैं यदि अंतिम शेष एक या एक से अधिक है तो भाज्य एवं भागफल में दशमलव बिंदु लगाकर भाग में दशमलव के आगे आवश्यक शून्य लगाते हैं और भाग की क्रिया को अंतिम शेष शून्य तक जारी रखते हैं। जैसे: 11/5 को भिन्न में बदलना

$$11/5 = 2.2$$

### दशमलव संख्या को साधारण भिन्न में बदलना -

दशमलव संख्या को साधारण भिन्न में बदलने के लिए हर के स्थान पर एक लिखकर उसके आगे उतने ही शून्य लिखते हैं। जितने दशमलव संख्या में दशमलव के बाद अंकों की संख्या होती है तथा दशमलव संख्या से दशमलव को हटाकर पूर्ण संख्या बना लेते हैं। जैसे: -13.65 = 1365/100

### दशमलव संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य तथा महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना -

दशमलव संख्याओं में आवश्यकतानुसार शून्य लगाकर सभी संख्याओं के दशमलव अंक समान कर लेते हैं। अब सभी संख्याओं से दशमलव बिंदु को हटाकर ल०स० या म०स० निकालते हैं। प्राप्त ल०स० या म०स० में उतने अंकों के पूर्व दशमलव बिंदु लगाते हैं, जितने दशमलव स्थान प्रत्येक संख्या में है।

0.12, 1.6 तथा 4.0 ल०स० तथा म०स० निकालने के लिए सबसे पहले दशमलव स्थान समान करते हैं अर्थात् संख्याएँ 0.12, 1.60 तथा 4.00 बिना दशमलव बिन्दु के ये संख्याएँ 12, 160 तथा 400 हैं।  
ल०स० = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 5 × 5  
= 2400





2	12, 160, 400
2	6, 80, 200
2	3, 40, 100
2	3, 20, 50
2	3, 10, 25
3	3, 6, 25
5	1, 5, 25
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

म.स. = 4

12)160(13

4)400(100

$$\begin{array}{r} 12 \\ 40 \\ 36 \\ 4)12(3 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 00 \end{array}$$

दशमलव के दो स्थान लेने पर दी गई दशमलव संख्याओं का  
ल.स. = 24.00 तथा म.स. = 0.04

## अभ्यास कार्य

- प्रश्न. 1 - अजय ने जनता मेडिकल स्टोर से एक दवाई ₹ 18.45 में और दूसरी दवाई ₹ 17.85 में खरीदी। उसे दोनों दवाइयों के कितने रुपए दुकानदार को देने होंगे?
- प्रश्न. 2 - यदि एक किताब का मूल्य ₹ 250.75 है। तो ऐसी 15 किताबों का मूल्य कितना होगा ?
- प्रश्न. 3 - 15 बोरे में 782.25 कि०ग्रा० गेहूँ भरा गया। यदि सभी बोरे में समान मात्रा में गेहूँ भरा है तो एक बोरे में कितना गेहूँ आएगा ?
- प्रश्न. 4- एक ड्रम में 16 ली० तेल भरा है, तो 0.85 ली० की धारिता वाली कितनी बोटलें भरी जा सकती हैं और कितना शेष बचेगा ?
- प्रश्न. 5 - एक साइकिल का मूल्य ₹ 3550.25 है। दूसरी साइकिल का मूल्य ₹ 2450.75 है तो बताओ कि दोनों साइकिलों के मूल्य में कितने रुपए का अन्तर है ?
- प्रश्न. 6 - एक संख्या 5630.075 है। इस संख्या का हजारवों स्थान कौन सा है ?
- प्रश्न. 7 - 4675/100 को दशमलव रूप में लिखिए।
- प्रश्न. 8 - एक कार 1 ली० पेट्रोल में 16.50 कि०मी० की दूरी तय करती है तो ज्ञात कीजिए 25 कि०मी० की दूरी कितने लीटर पेट्रोल में तय करेगी ?
- प्रश्न. 9 - यदि 7 रेफ्रिजरेटर का मूल्य ₹ 88555.25 है तो ज्ञात कीजिए एक रेफ्रिजरेटर का मूल्य कितना होगा ?
- प्रश्न. 10 - 125.25 / 2.5 × 750.05 को सरल कीजिए।
- प्रश्न. 11 - एक ट्रक की टंकी में ₹ 12862.5 का डीजल भरा जाता है। यदि 1 ली० डीजल का मूल्य ₹ 85.75 है तो ट्रक की टंकी की धारिता कितनी होगी ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 013/1 टॉपिक - मापन के अनुप्रयोग

## मापन

लम्बाई  
(Length)

समय  
(Time)

भार  
(Weight)

क्षेत्रफल  
(Area)

आयतन  
(Volume)

गणित में सभी प्रकार की गणनाएँ इकाइयों के आधार पर की जाती हैं। जैसे लंबाई, भार, समय, क्षेत्रफल और आयतन आदि की गणना के लिए क्रमशः मीटर, ग्राम, सेकंड, वर्ग मीटर और घन मीटर इकाई का प्रयोग करते हैं। जब किसी संख्या के साथ इकाई प्रदर्शित की जाती है तब वह संख्या लंबाई, भार, समय, क्षेत्रफल और आयतन आदि के मान को व्यक्त करती है। इकाई से रहित किसी भी संख्या का कोई अर्थ नहीं होता इसलिए गणित के प्रश्नों में इकाइयों का प्रयोग करना आवश्यक है।

दैनिक जीवन में उपयोग होने वाली कुछ इकाइयों की गणना:-

2 इकाई= 1 जोड़ा  
100 इकाई= 1 सैकड़ा  
24 सीट= 1 दस्ता  
16 इकाई= 1 सीढ़ी  
12 इकाई= 1 दर्जन  
20 दस्ता= 1 रिम  
20 इकाई= 1 कोडी या स्कोर  
144 इकाई= 1 गुस  
12 दर्जन= 1 गुस  
1 इंच= 2.54 सेंटीमीटर  
1 मील= 1.61 किलोमीटर  
1 ग्राम= 5 कैरट  
10 कुंतल= 1 मीट्रिक टन  
1 किलोग्राम= 2.204 पौंड  
366 दिन= 1 लीप वर्ष  
365 दिन= 1 साधारण वर्ष  
1 वर्गमीटर= 10000 वर्ग सेंटीमीटर  
1 लीटर= 0.22 गैलन  
1 लीटर= 1000 घन सेंटीमीटर

समय का मापन दो प्रकार की घड़ियों में किया जाता है:-

\* प्रथम प्रकार की घड़ी वह घड़ी है जिसमें एक दिन के समय को एक अर्ध रात्रि से दूसरी अर्द्ध रात्रि तक 1 से 24 तक घंटों में बांटा गया है। जैसे रेलवे में ट्रेन के समय की गणना।

\* द्वितीय प्रकार की घड़ी में 1 से 12 तक का समय दो बार दर्शाया जाता है एवं समय को प्रातः A.M. और सायं P.M. के रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

☀ प्रातः से तात्पर्य अर्धरात्रि से अगले अर्द्ध दिन के समय से होता है एवं सायं का अर्थ अर्द्धदिवस से अर्द्धरात्रि तक के समय से होता है।

\* समय की इकाइयाँ

\* समय की सबसे छोटी इकाई सेकण्ड है।

1 मिनट= 60 सेकण्ड

1 घंटा= 60 मिनट

24 घंटे= 1 दिन

7 दिन= 1 सप्ताह

2 पक्ष= 1 माह

12 माह= 1 वर्ष= 52 सप्ताह

10 वर्ष= 1 दशक

100 वर्ष= 1 शताब्दी



कैलेण्डर

\* लीप वर्ष उस वर्ष को कहते हैं जिसकी अंकीय संख्या में 4 से पूर्णतः भाग हो जाता है। उस वर्ष फरवरी माह में 29 दिन होते हैं और लीप ईयर में दिनों की संख्या 366 होती है।

\* प्रत्येक आठवें दिन वही वार आता है जो पहले दिन होता है जैसे एक तारीख को यदि सोमवार है तो 7 दिन बाद आठवें दिन भी सोमवार होगा।

\* दिनों की गणना एवं किसी विशेष दिन को ज्ञात करने के लिए कुल दिनों में यदि 7 का भाग करें तो शेष बचे दिनों को विषम दिन कहते हैं जैसे :  $365 / 7 =$  शेष 1 विषम दिन

\* यदि सामान्य वर्ष की 1 जनवरी का पहला दिन बुधवार है तो अगले वर्ष का 1 जनवरी का दिन बुधवार + 1 विषम दिन = गुरुवार होगा।

JUNE 2020						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 013/2 टॉपिक - मापन के अनुप्रयोग

### संबंधित उदाहरण

**उदाहरण 1) 4.056 किलोग्राम को ग्राम में बदलिए।**

हल: 1किलोग्राम=1000 ग्राम

$$\text{अतः } 4.056 \text{ किलोग्राम} = 4.056 \times 1000 \\ = 4056 \text{ ग्राम}$$

**उदाहरण 2) 15 दिन में कितने घंटे होंगे?**

हल: 1दिन=24 घंटे

$$\text{अतः } 15 \text{ दिन} = 24 \times 15 \text{ घंटे} \\ = 360 \text{ घंटे}$$

**उदाहरण 3) क्या वर्ष 2020 लीप वर्ष है?**

हल:  $2020 \div 4 = 505$

हम जानते हैं कि यदि कोई वर्ष 4 से पूर्णतः हो जाता है तो वह लीप वर्ष होता है। वर्ष 2020, 4 से पूर्णतः विभाजित हो रहा है। इसलिए यह लीप वर्ष है।

**उदाहरण 4) रमा ने 15 जुलाई, 2009 को प्रातः 11:55 बजे रेलगाड़ी से यात्रा आरंभ की और वह ग्वालियर 17 जुलाई, 2009 को प्रातः 9:30 बजे पहुँची। यात्रा की कुल अवधि ज्ञात कीजिए।**

हल: 15 जुलाई 2009 के प्रातः 11:55 बजे से 16 जुलाई 2009 प्रातः 11:55 बजे तक कुल समय = 24 घंटे

16 जुलाई 2009 के प्रातः 11:55 बजे से मध्य रात्रि 12:00 बजे तक का समय = 12 घंटे 05 मिनट

मध्य रात्रि 16- 17 जुलाई, 2009 12:00

बजे से 17 जुलाई प्रातः 9:30 बजे तक कुल समय = 9:30 घंटे

$$\text{कुल समय} = 24 \text{ घंटे} + 12 \text{ घंटे } 5 \text{ मिनट} + 9 \\ \text{घंटे } 30 \text{ मिनट} = 45 \text{ घंटे } 35 \text{ मिनट}$$

अतः यात्रा की कुल अवधि = 45 घंटे 35 मिनट

### अभ्यास

प्रश्न 1. अमन अपना कार्य सायं 5:45 बजे आरंभ करता है। यदि वह 1 घंटे में अपना कार्य समाप्त कर देता है तो उसने कितने बजे तक कार्य किया?

प्रश्न 2. यदि 1 अप्रैल, 2005 को शुक्रवार था तो 1 मई, 2005 को कौन सा दिन होगा?

प्रश्न 3. सायं 6:45 बजे को 24 घंटे वाली घड़ी के अनुसार बदलिए।

प्रश्न 4. वर्ष 2001 से वर्ष 2020 तक कितने लीप वर्ष होंगे?

प्रश्न 5. 5 दस्ते में कितनी सीट होंगी ?

प्रश्न 6. 7 घंटे में कितने सेकंड होंगे ?

प्रश्न 7. 5 महीने 2 सप्ताह और 6 दिन मिलाकर कुल कितने दिन होंगे?

प्रश्न 8. 5 क्विंटल कितने किलोग्राम के बराबर हैं?

प्रश्न 9. अमित ने अपना घर बनवाने में 7 सप्ताह लगाए। बताओ उसका घर बनने में कुल कितने घंटे लगे?

प्रश्न 10. एक विद्यालय शीतावकाश के लिए 30 दिसंबर से बंद हुआ और अगले वर्ष 13 जनवरी को पुनः खुला। विद्यालय कितने दिनों के लिए बंद रहा?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 014/1 टॉपिक - मापन के अनुप्रयोग

## मापन (भाग-2)

### भार (Weight)

किसी वस्तु का भार ज्ञात करने के लिए हमें निम्न इकाइयों का ध्यान रखना चाहिए -

- 1 टन = 10 क्विंटल
- 1 क्विंटल = 100 किलोग्राम
- 1 हेक्टोग्राम = 10 डेकाग्राम
- 1 ग्राम = 10 डेसीग्राम
- 1 डेसीग्राम = 10 सेंटीग्राम
- 1 सेंटीग्राम = 10 मिलीग्राम



### मुद्रा (Money)

भारतीय मुद्रा को रूपया कहते हैं। रूपया को हाल ही में एक विशिष्ट चिन्ह '₹' दिया गया है। रूपए की छोटी इकाई पैसा होती है।

1 रूपया = 100 पैसे

गणना करते समय हम रूपयों को पूर्णांक में तथा पैसों को दशमलव बिंदु के बाद लिखते हैं।

जैसे : 575 पैसे = ₹ 5.75

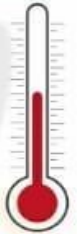


### ताप (Temperature)

सेल्सियस तथा फारेनहाइट में संबंध  
 $C = 5(F - 32)/9$   
 $F = (9C + 160)/5$

उदाहरण- किसी वस्तु का ताप  $40^\circ C$  हो तो फारेनहाइट स्केल में उसका माप क्या होगा?

हल-  $F = (9C + 160)/5$   
 $= (9 \times 40 + 160)/5$   
 $= (360 + 160)/5$   
 $= 520/5$   
 $= 104 F$



### क्षेत्रफल (Area)

आयताकार आकृति का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई  
वर्गाकार आकृति का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा  
उदाहरण- एक आयताकार खेत की लंबाई 50 मीटर है और चौड़ाई 30 मीटर है। आयताकार खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

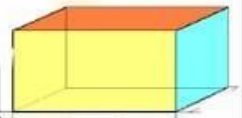
हल- आयताकार खेत की लंबाई = 50 मीटर  
आयताकार खेत की चौड़ाई = 30 मीटर  
आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई  
 $= 50 \text{ मीटर} \times 30 \text{ मीटर}$   
 $= 1500 \text{ वर्गमीटर}$

### आयतन (Volume)

घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा  
घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
उदाहरण- एक डिब्बे की लंबाई, चौड़ाई, ऊँचाई क्रमशः 15 से०मी०, 12 से०मी०, 10 से०मी० हैं। डिब्बे का आयतन ज्ञात करें।

हल- डिब्बे की लंबाई = 15 से०मी०  
डिब्बे की चौड़ाई = 12 से०मी०  
डिब्बे की ऊँचाई = 10 से०मी०  
डिब्बे का आयतन = 15 से०मी० × 12 से०मी० × 10 से०मी०

$= 1800 \text{ घन से०मी०}$



### ऐकिक नियम (Unitary Method)

इस नियम के अनुसार दी गई शर्त से इकाई राशि का मूल्य ज्ञात करके कितनी भी राशि का मूल्य ज्ञात किया जा सकता है।

इकाई राशि का मूल्य = कुल राशियों का मूल्य / राशियों की संख्या

\* जिस पद में उत्तर निकालना होता है उसे सदैव दाहिनी ओर रखते हैं।

\* दाहिनी ओर का मान कभी भी हर में नहीं लिखा जाता है।

उदाहरण- यदि 3 मीटर कपड़े का मूल्य ₹150 हो, तो 16 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात करो।

हल- 3 मीटर कपड़े का मूल्य = ₹150

1 मीटर कपड़े का मूल्य =  $150/3 = ₹ 50$

16 मीटर कपड़े का मूल्य =  $50 \times 16 = ₹ 800$







पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 014/2 टॉपिक - मापन के अनुप्रयोग

## अभ्यास

प्रश्न 1.  $30^{\circ}$  सेल्सियस को फारेनहाइट में बदलो।

प्रश्न 2. 59 डिग्री फारेनहाइट को सेल्सियस में बदलो।

प्रश्न 3. आधा दर्जन केलों का मूल्य रुपए 30 है तो दो दर्जन केलों का मूल्य क्या होगा?

प्रश्न 4. 3 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 324.90 है तो 7 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात करो?

प्रश्न 5. 140 डिग्री फारेनहाइट का मान सेल्सियस में ज्ञात करो।

प्रश्न 6. 1 घंटा 3 मिनट 40 सेकंड में कुल कितने सेकंड होंगे?

प्रश्न 7. 12 लीटर 460 मिलीलीटर कितने मिली लीटर होंगे?

प्रश्न 8. 5 मील में कितने किलोमीटर होंगे?

प्रश्न 9. 6 ग्राम 3 डेसीग्राम 9 सेंटीग्राम में कुल कितने मिलीग्राम होंगे?

प्रश्न 10. रुपए 5 के एक सिक्के का भार 9 ग्राम है। अनु के बैग में रुपए पाँच के सिक्कों का कुल भार 9 किलोग्राम है। बैग में कुल कितने सिक्के हैं?

प्रश्न 11. रमन के पास एक वर्गाकार खेत है जिस की भुजा 115 मीटर है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

प्रश्न 12. यदि एक कार्टन की लंबाई 50 मीटर, चौड़ाई 30 मीटर तथा ऊँचाई 12 मीटर हो तो उस का आयतन ज्ञात करें।

प्रश्न 13. 60 संतरों की पेटी का मूल्य ₹ 360 है तो 50 संतरों का मूल्य क्या होगा?

प्रश्न 14.  $104^{\circ}$  F को सेल्सियस में बदलो।

प्रश्न 15. शिमला का तापमान  $15^{\circ}$ C है तथा राजस्थान का तापमान  $15^{\circ}$ F है। बताओ किस स्थान का तापमान अधिक है?





## सन्निकटन

किसी संख्या के आधे या आधे से अधिक भाग का सन्निकट मान या लगभग मान उसके पूरे मान के बराबर माना जाता है। इस प्रक्रिया में सदैव संख्या के अंतिम कुछ अंकों को छोड़ देते हैं। जिस स्थान तक मान निकालना है उसके दाएं ओर के स्थान का अंक यदि 5 या 5 से अधिक हो तो अभीष्ट स्थान वाले अंक में एक जोड़ देते हैं।

उदाहरण : 357 का दहाई में सन्निकटन क्या होगा?

$$\begin{array}{ccc} \text{दहाई} & \text{इकाई} & \\ 3 & 5 & 7 \\ & 5 + 1 = 6 & \end{array}$$

इकाई के स्थान पर अंक 7 है, जो 5 से अधिक है। अतः दहाई के अंक में 1 अंक जुड़ जाएगा और इकाई के स्थान पर शून्य या '0' अंक लिखा जाएगा। अतः 357 का सन्निकटन 360 होगा।

357 का दहाई में सन्निकटन = 360

22594 का सैकड़े में सन्निकटन = 22600

123567 का हजार में सन्निकटन = 124000

ठीक इसी प्रकार दशमलव की संख्याओं का भी सन्निकटन किया जाता है।

उदाहरण : 24.125 का सौवों का सन्निकटन क्या होगा?

$$\begin{array}{ccc} \text{सौवों} & \text{हजारवों} & \\ 2 & 4 & . & 1 & 2 & 5 \\ & 2 + 1 = 3 & \end{array}$$

हजारवें स्थान पर अंक 5 है। अतः सौवें स्थान के अंक 2 में एक अंक जुड़ जाएगा और सौवें स्थान का मान 3 सौवां हो जाएगा और हजारवें स्थान पर शून्य '0' अंक लिखा जाएगा। अब 24.125 का सन्निकटन 24.130 होगा।

24.125 का सौवें में सन्निकटन = 24.13

2.6543 का हजारवें में सन्निकटन = 2.654

## सरलीकरण

जटिल व्यंजकों का सरलीकरण एक विशेष क्रम के अनुसार होता है इसमें BODMAS नियम का प्रयोग किया जाता है। इस नियम के अनुसार जब एक व्यंजक में कई संक्रियाएँ जैसे कोष्ठक, गुणा, भाग, जोड़ आदि हल करने हो तो सर्वप्रथम कोष्ठक, फिर का, फिर भाग, फिर गुणा, फिर जोड़ और अंत में घटाव किया जाता है। यदि उपरोक्त क्रियाओं में से एक या अधिक अनुपस्थित हो तब भी क्रम में कोई परिवर्तन नहीं होता है। कोष्ठक संबंधी प्रश्नों में सबसे पहले रेखा कोष्ठक, फिर छोटा, फिर मझला कोष्ठक, और अंत में बड़ा कोष्ठक हल करते हैं। इस नियम को इस प्रकार भी समझा जा सकता है।

- B - कोष्ठक ( Bracket )  
O - का ( Of )  
D - भाग ( Division )  
M - गुणा ( Multiplication )  
A - जोड़ ( Addition )  
S - घटाव ( Subtraction )

## कोष्ठक के प्रकार :

— = रेखा कोष्ठक ( Line Bracket )

( ) = छोटा कोष्ठक ( Small Bracket or Circular Bracket )

{ } = मझला कोष्ठक ( Braces Or Curly Bracket )

[ ] = बड़ा कोष्ठक ( Square Bracket Or Brackets )

## चिन्हों के नियम

### 1. चिन्हों के गुणा के नियम :

$$(-) \times (-) = +$$

$$(-) \times (+) = -$$

$$(+ ) \times (-) = -$$

$$(+ ) \times (+) = +$$

### 2. चिन्हों के भाग के नियम :

$$(+ ) \div (+) = +$$

$$(-) \div (+) = -$$

$$(+ ) \div (-) = -$$

$$(-) \div (-) = +$$

उदाहरण :  $50 - [20 + \{30(20 - 5)\}]$

उदाहरण हल करने के चरण -

$$\begin{aligned} & 50 - [20 + \{30 - (20 - 5)\}] \quad [\text{हल करें} - 20 - 5 = 15] \\ & = 50 - [20 + \{30 - 15\}] \quad [\text{हल करें} - 30 - 15 = 15] \\ & = 50 - [20 + 15] \quad [\text{हल करें} - 20 + 15 = 35] \\ & = 50 - 35 \quad [\text{हल करें} - 50 - 35 = 15] \\ & = 15 \end{aligned}$$





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
प्राथमिक स्तर क्रमांक - 015/2 टॉपिक - सन्निकटन

### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1: 2234567 का निकटतम लाख तक सन्निकट मान बताओ ।

प्रश्न 2: 8320 का सैकड़ा तक सन्निकट मान बताओ ।

प्रश्न 3: संख्या 76.0684 का निकटतम दहाई तक शुद्ध मान बताओ ।

प्रश्न 4: 3967 का निकटतम दहाई तक सन्निकट मान ज्ञात करें ।

प्रश्न 5: 15646 का सैकड़ा तक सन्निकट मान बताओ ।

प्रश्न 6: 725 का दहाई तक सन्निकट मान बताओ ।

प्रश्न 7:  $24 + [6 - \{5 - 2(4 - 3)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 8:  $81 + [159 - 2\{7 \times 8 + (13 - 2 \times 5)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 9:  $45 + [62 - 32 + 4 - \{35 - 2(44 - 36)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 10:  $54 + [6 - 5 + 12 \times 2\{35 - 2 - 25 \div 5(24 - 13)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 11:  $(-24) + (-14) \div [7 - \{9 - 2(4 - 2)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 12: 24 का  $\frac{1}{4} + 32 - 26 + [6 - \{5 - 2(4 - 3)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 13:  $4(23 - 15) + 6 - \{5 - 2 - (24 - 13)\}$  को सरल करें ।

प्रश्न 14:  $2 \div [2 + 2 \div \{2 + 2 \div (2 + 2 \div 2)\}]$  को सरल करें ।

प्रश्न 15:  $4.8 \div 0.6$  का  $5 + 0.8 \times 0.3 - 0.2$  को सरल करें।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

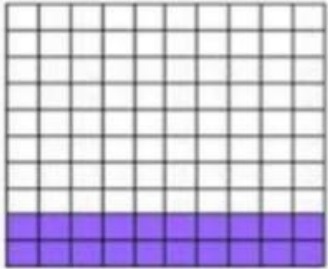
क्रमांक - 016/1

टॉपिक - प्रतिशतता

प्रतिशत (Percentage)

चिन्ह %

चित्रात्मक अभिव्यक्ति



यहां दिए गए सौ वर्गों में से 20 वर्ग रंगे हुए हैं। अतः 20% वर्ग रंगे हुए हैं।

$$\frac{20}{100} = 20\%$$

प्रतिशत का अर्थ प्रति सैकड़ा।

वह भिन्न जिसका हर 100 होता है, प्रतिशत कहलाती है तथा भिन्न का अंश, प्रतिशत दर कहलाता है। प्रतिशत को चिन्ह '%' से व्यक्त करते हैं।

जैसे -  $5/100$  का अर्थ है 5 प्रतिशत या 5%

**\*प्रतिशतता संबंधी नियम\***

1. प्रतिशत दर को भिन्न में बदलने के लिए दर में 100 का भाग करते हैं। जैसे  $5\% = 5 \times 1/100 = 1/20$
2. किसी भिन्न को प्रतिशत दर में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा कर देते हैं। जैसे  $1/25 = 1/25 \times 100\% = 4\%$
3. किसी राशि का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए उस राशि में प्रतिशत दर से गुणा एवं सौ से भाग कर देते हैं।  
जैसे 500 का 32%  
 $= 500 \times 32 \div 100$   
 $= 160$
4. प्रतिशत वृद्धि या कमी = [मान में हुई वृद्धि या कमी / मूल मान  $\times 100$ ]%
5. यदि किसी संख्या में पहले  $\times 2$  की कमी हो जाए फिर  $\times 2$  की वृद्धि हो जाए तो परिणामी संख्या में  $\times 2/100$  की कमी होती है।

नोट- प्रतिशत की कोई इकाई जैसे रुपया या किलोग्राम आदि नहीं होती।

प्रतिशत के प्रश्नों में पूरी वस्तु को 100% माना जाता है।

जैसे किसी वस्तु का 20% भाग लेते हैं तो वस्तु का शेष भाग =  $100\% - 20\% = 80\%$  रह जाएगा।

उदाहरण-

प्रश्न- एक परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए

40% अंकों की आवश्यकता है। एक परीक्षार्थी 110 अंक प्राप्त करता है और वह 10 अंकों की कमी के कारण फेल हो जाता है। बताइए परीक्षा के अधिकतम पूर्णांक कितने होंगे?

हल- माना परीक्षा के अधिकतम पूर्णांक =  $y$   
परीक्षा के लिए पास अंक =  $110 + 10 = 120$   
प्रश्नानुसार,  $y$  का 40% = 120

$$\text{या } y \times 40/100 = 120$$

$$\text{या } y = 120 \times 100/40$$

$$= 300$$

अतः परीक्षा के अधिकतम पूर्णांक = 300

प्रश्न- यदि A की आय, B की आय से 20% अधिक हो तो B की आय, A की आय से कितने प्रतिशत कम होगी?

हल- माना B की आय = 100 ₹

A की आय = 100 ₹ + 100 ₹ का 20%

$$= 100 ₹ + 20 ₹ = 120 ₹$$

B की आय, A की आय से कम =  $120 ₹ - 100 ₹ = 20 ₹$

अतः A की आय 120 ₹ है तो B की आय कम = 20 ₹

अतः A की आय 100 ₹ तो B की आय कम =  $20 \times 100/100$

$$= 16\frac{2}{3}\%$$

अतः B की आय, A की आय से  $16\frac{2}{3}\%$  कम होगी।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 016/2 टॉपिक - प्रतिशतता

## अभ्यास

प्रश्न 1: 300 का 90% + 90 का 30% कितना होगा ?

प्रश्न 2: एक संगठन में 3450 कर्मचारी है। इनमें से 42% कर्मचारियों ने पदोन्नति प्राप्त की हो, तो कुल कितने कर्मचारी पदोन्नत हुए?

प्रश्न 3: एक परीक्षा में हार्दिक 725 अंकों में से 500 अंक प्राप्त करता है। परीक्षा में उसके अंक कितने प्रतिशत हैं ?

प्रश्न 4: 1.01 को प्रतिशत में बदलो ?

प्रश्न 5: टमाटर के भार में 90% पानी होता है। 25 किलोग्राम टमाटर में पानी का भार ज्ञात करो ?

प्रश्न 6: 500 ग्राम 4 किलोग्राम का कितने प्रतिशत है, बताओ?

प्रश्न 7: 270 किलोग्राम का कितने प्रतिशत 108 किलोग्राम है ?

प्रश्न 9: 20 मीटर, 20 किलोमीटर का कितने प्रतिशत है ?

प्रश्न 10: एक कक्षा में 20% लड़कियाँ हैं। यदि कक्षा में लड़कियों की संख्या 6 हैं तो उस कक्षा में बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 11: एक रेलगाड़ी में 80% यात्री पुरुष थे, 15% यात्री स्त्रियाँ थीं और शेष यात्री बच्चे थे। बताओ कितने प्रतिशत यात्री बच्चे थे ?

प्रश्न 12: किसी राशि का 80% उसका कौन सा हिस्सा होगा ?

प्रश्न 13: 12+12 का 12% का मान ज्ञात करो ?

प्रश्न 14: किसी वस्तु का मूल्य ₹50 से बढ़ाकर 62.50 कर दिया जाता है तो बताओ कितने प्रतिशत की मूल्य वृद्धि हुई है ?

प्रश्न 15: किसी संख्या को उसके 10% से बढ़ा दिया जाता है और फिर 10% घटा दिया जाता है तो उस संख्या में कितने प्रतिशत वृद्धि या कमी होगी?





### औसत (Average) :

दो या दो से अधिक सजातीय राशियों के जोड़ को उन राशियों की संख्या से भाग करने पर प्राप्त परिणाम, उन राशियों का औसत कहलाता है।

**औसत = दी हुई राशियों का योग / राशियों की कुल संख्या**

**उदाहरण :** 3 और 5 का औसत निकालें।

$$\text{औसत} = 3 + 5 / 2$$
$$= 8 / 2$$

$$\text{औसत} = 4$$

### औसत के प्रकार :

औसत कई प्रकार के होते हैं। जैसे - माध्य, माधिका, बहुलक आदि। माध्य, माधिका और बहुलक को केंद्रीय प्रवृत्ति की माप भी कहते हैं

#### (i) माध्य (Mean) :

दिए गए आंकड़ों को जोड़कर आंकड़ों की कुल संख्या से भाग देकर माध्य ज्ञात किया जा सकता है।

**माध्य m = दी गई संख्याओं का योग / कुल संख्या**

**उदाहरण :** 7, 2, 4, 3, 2, 6

$$7 + 2 + 4 + 3 + 2 + 6$$
$$= 24 / 6$$
$$= 4$$

#### (ii) माधिका (Median) :

दिए गए आंकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर मध्य में पढ़ने वाला मान माधिका कहलाता है।

**उदाहरण :** 7, 2, 4, 3, 2, 6 संख्याओं को आरोही क्रम व्यवस्थित करेंगे

$$2, 2, 3, 4, 6, 7$$

$$n = 6 \text{ सम संख्या}$$

$$1/2 [ (n/2) + (n/2 + 1) ]$$

$$1/2 [ 6/2 + (6/2 + 1) ]$$

$$1/2 [ 6/2 + 8/2 ]$$

$$1/2 \times 14/2$$

$$7/2$$

$$3.5$$

### माधिका निकालने का फार्मूला :

1- माधिका =  $[ n + 1 / 2 ]$  वाँ पद का मान, n विषम है।

2- माधिका =  $1/2 [ (n/2) \text{ वाँ पद} + (n/2 + 1) \text{ वाँ पद} ]$  का मान जब n सम है।

### (iii) बहुलक (Mode) :

दिए गए आंकड़ों में जिसकी बारबारता सर्वाधिक होती है। वही उस आंकड़े का बहुलक कहलाता है।

**उदाहरण :** 7, 2, 4, 3, 2, 6

संख्या 2 की आवृत्ति दो है।

$$\text{बहुलक} = 2$$

### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1 : प्रथम 5 सम संख्याओं का औसत निकालें ?

प्रश्न 2 : 1 से 50 तक की प्राकृतिक संख्याओं का औसत ज्ञात करें।





प्रश्न 3 : एक क्रिकेट खिलाड़ी विभिन्न मैचों में 13,0,19,17 और 6 रन बनाता है। उसके रनों का औसत बताओ।

प्रश्न 4 : छह संख्याओं का औसत 30 है। यदि प्रथम चार संख्याओं का औसत 25 तथा अंतिम तीन संख्याओं का औसत 35 है। चौथी संख्या ज्ञात करें।

प्रश्न 5 : 20 परीक्षणों का औसत 65 है किंतु बाद में यह पाया गया कि 69 के स्थान पर 96 पढ़ लिया गया है। इस प्रकार सही औसत कितना होना चाहिए ?

प्रश्न 6 : 6 संख्याओं का औसत 8 है। एक संख्या और जोड़ देने पर उनका औसत 10 हो जाता है। सातवीं संख्या ज्ञात करें।

प्रश्न 7 : चार संख्याओं में से प्रथम तीन का औसत 15 है, तथा अंतिम तीन का औसत 16 है। यदि अंतिम संख्या 19 हो तो प्रथम संख्या ज्ञात करें ?

प्रश्न 8 : 50 संख्याओं का औसत 38 है। यदि इनमें से दो संख्याओं 45 और 55 को छोड़ दिया जाए तो शेष संख्याओं का औसत ज्ञात करें।

प्रश्न 9 : प्रथम 7 अभाज्य संख्याओं का औसत निकालें ?

प्रश्न 10 : दी गई संख्याओं 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 का माध्य निकालें ?

प्रश्न 11 : यदि किसी खिलाड़ी ने 7 पारियों में 40, 70, 40, 83, 40, 50 रन बनाएँ हैं। उन रनों की माध्यिका और बहुलक ज्ञात करें ?

प्रश्न 12 : किसी कक्षा के 5 विद्यार्थियों के वजन क्रमशः 30 किलोग्राम, 35 किलोग्राम, 40 किलोग्राम, 50 किलोग्राम, 55 किलोग्राम है। उनका औसत वजन ज्ञात कीजिए ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित

क्रमांक - 018/1

टॉपिक - लाभ एवं हानि

**क्रय मूल्य:** वह मूल्य जिस पर कोई वस्तु खरीदी जाती है, उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है।

**विक्रय मूल्य:** वह मूल्य जिस पर कोई वस्तु बेची जाती है, उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहलाता है।

**लाभ:** जब किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उस वस्तु के क्रय मूल्य से अधिक होता है तो उस वस्तु को बेचने पर लाभ होता है।

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

लाभ % = लाभ / क्रयमूल्य × 100%

**हानि :** किसी वस्तु का विक्रय मूल्य यदि वस्तु के क्रय मूल्य से कम हो तो उस वस्तु को बेचने पर हानि होती है।

हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

हानि % = हानि / क्रयमूल्य × 100%

**नोट:**

➤ लाभ और हानि का प्रतिशत सदैव क्रय मूल्य पर ही ज्ञात किया जाता है।

➤ यदि कोई वस्तु क % लाभ पर बेची जाती है तो वस्तु का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य × [(100+क)/100]

➤ यदि कोई वस्तु क % हानि पर बेची जाती है तो वस्तु का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य × [(100-क)/100]

➤ यदि कोई वस्तु क % लाभ पर बेची जाती है तो वस्तु का क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य × [100/(100+क)]

➤ यदि कोई वस्तु क % हानि पर बेची जाती है तो वस्तु का क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य × [100/(100-क)]

➤ यदि दो वस्तुओं में से प्रत्येक का विक्रय मूल्य समान है और उनमें से एक को क% लाभ पर तथा दूसरी को क % हानि पर बेचा जाता है तो ऐसी स्थिति में सदैव हानि होती है जो  $(क \times क / 100)\%$  के बराबर होती है।

**उदाहरण 1.** किसी पंखे का क्रय मूल्य ₹ 650 है। यदि उसे ₹ 720 में बेचा जाए तो बताइए उस पर कितना लाभ होगा?

हल- पंखे का क्रय मूल्य = ₹ 650

पंखे का विक्रय मूल्य = ₹ 720

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

= 720 - 650

= ₹ 70

अतः पंखे पर ₹ 70 का लाभ होगा।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 018/2

टॉपिक - लाभ एवं हानि

**उदाहरण 2.** कुसुम ने 450 रुपये में एक मेज बेचकर 10% की हानि उठाई। उस मेज का क्रय मूल्य ज्ञात करो।

हल- मेज का विक्रय मूल्य = ₹450

हानि = 10%

$$\begin{aligned}\text{क्रय मूल्य} &= \text{विक्रय मूल्य} \times [100 / (100 - \text{हानि})] \\ &= 450 \times [100 / (100 - 10)] \\ &= 450 \times [100 / 90] \\ &= ₹500\end{aligned}$$

अतः क्रय मूल्य = ₹ 500

**उदाहरण 3.** एक व्यक्ति किसी वस्तु को ₹ 25 में खरीद कर ₹ 30 में बेच देता है। उसका लाभ या हानि प्रतिशत में ज्ञात करें।

हल- वस्तु का क्रय मूल्य = ₹ 25

वस्तु का विक्रय मूल्य = ₹ 30

$$\begin{aligned}\text{लाभ} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \\ &= 30 - 25 = ₹5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{लाभ\%} &= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} \\ &= \frac{5 \times 100}{25} = 20\%\end{aligned}$$

अतः लाभ% = 20%

### अभ्यास

प्रश्न 1-एक रेडियो ₹500 में खरीदा जाता है और ₹550 में बेचा जाता है। लाभ या हानि कितनी धनराशि के बराबर होगा ?

प्रश्न 2-एक कुर्सी को रुपए 200 में बेचने पर 25% का लाभ होता है। कुर्सी का क्रय मूल्य ज्ञात करो।

प्रश्न 3-एक मेज को ₹600 में बेचने पर 40% की हानि होती है। मेज का क्रय मूल्य क्या होगा।

प्रश्न 4-एक पुस्तक को ₹75 में बेचने पर 25% का लाभ होता है तो पुस्तक का क्रय मूल्य ज्ञात करो।

प्रश्न 5-किसी वस्तु को रुपए 480 में बेचने पर 20% की हानि होती है। उसे कितने में बेचा जाए कि 30% का लाभ हो?

प्रश्न 6-एक कार को रुपए 45000 में बेचने पर 10% हानि होती है। कार का क्रय मूल्य बताइए।

प्रश्न 7-हरि ने एक बैल रुपए 480 में खरीदा। वह उसे कितने में बेचे कि उसे 12% का लाभ हो जाए?

प्रश्न 8-एक गाय को 15% लाभ पर बेचा गया। यदि गाय ₹500 में खरीदी गई हो तो उसका विक्रय मूल्य बताइए।

प्रश्न 9-एक दुकानदार ने दो दर्जन ब्रश रुपए 10 प्रति दर्जन खरीदे। यदि वह रुपए एक प्रति ब्रश बेचे तो उसे कितना लाभ होगा?

प्रश्न 10-किसी घड़ी को क्रमशः 4% तथा 6% लाभ पर बेचने पर प्राप्त लाभ का अंतर रुपए 12 है। इस घड़ी का क्रय मूल्य बताओ।





## साधारण ब्याज ( Simple Interest )

**ब्याज ( Interest ) :** जब कोई व्यक्ति या व्यापारी किसी अन्य व्यक्ति या बैंक से कर्ज लेता है तो एक निश्चित समय के बाद वह लिए हुए कर्ज अथवा धन के साथ-साथ कुछ अतिरिक्त धनराशि का भी भुगतान करता है। यह अतिरिक्त धनराशि ही ब्याज या इंटरेस्ट कहलाती है।

**साधारण ब्याज ( Simple Interest ) :** जो ब्याज केवल मूलधन पर एक निश्चित अवधि के लिए एक ही दर पर लगाया जाता है, उसे साधारण ब्याज कहते हैं।

$$\text{साधारण ब्याज} = \text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय} / 100$$

➡ साधारण ब्याज निकालने का सूत्र

$$S.I. = P \times r \times T / 100$$

**मूलधन ( Principal ) :** व्यक्ति द्वारा उधार या कर्ज के रूप में लिया गया धन मूलधन कहलाता है। साधारण ब्याज की गणना मूलधन पर ही की जाती है।

**दर ( Rate ) :** मूलधन पर प्रति ₹ 100 पर 1 वर्ष के लिए लिया गया ब्याज वार्षिक दर कहलाता है। इसे  $r\%$  से व्यक्त करते हैं।

**मिश्रधन ( Amount ) :** निश्चित अवधि के बाद कर्जदार द्वारा ब्याज सहित लौटाई गई धनराशि को मिश्रधन कहते हैं। इसे A से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

➡ मिश्रधन निकालने का सूत्र

**उदाहरण :** अजय ने राजीव से 15% की वार्षिक दर से ₹ 500 उधार लिया। 5 वर्ष पश्चात अजय, राजीव को कितने रुपये वापस करेगा ?

➡ **हल :** मूलधन = 500 रुपये  
दर = 15%  
समय = 5 वर्ष

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज} &= \text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय} / 100 \\ &= 500 \times 15 \times 5 / 100 = 375 \end{aligned}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = 375 \text{ रुपये}$$

5 वर्ष पश्चात अजय द्वारा राजीव को लौटाया गया मिश्रधन।

$$\begin{aligned} \text{हम जानते हैं, मिश्रधन} &= \text{मूलधन} + \text{ब्याज} \\ &= 500 + 375 \\ &= ₹ 875 \end{aligned}$$

इसलिए, अजय ₹ 875 राजीव को वापस करेगा।





### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1 : रुपए 2000 का 4% वार्षिक दर से 5 वर्ष का साधारण ब्याज बताएँ ।

प्रश्न 2 : कोई धनराशि 8% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 4 वर्षों में रुपए 6600 हो जाएगी। वह धनराशि ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3 : एक व्यक्ति ₹20,000 , 2 वर्ष के लिए साधारण ब्याज पर उधार लेता है। 2 वर्ष के बाद वह ब्याज के सहित ₹24800 वापस करता है तो वार्षिक दर क्या है?

प्रश्न 4 : कितने धन का साधारण ब्याज 5% वार्षिक ब्याज की दर से 5 वर्ष में ₹75 हो जाएगा।

प्रश्न 5 : कितने समय में रुपए 2600 का 8% वार्षिक ब्याज की दर से साधारण ब्याज ₹288 हो जाएगा?

प्रश्न 6 : रमेश ने एक महाजन से 9% वार्षिक ब्याज की दर से ₹1500 , 5 वर्षों के लिए उधार लिए । निर्धारित समय पर उसे महाजन को कितने रुपए लौटाने होंगे ?

प्रश्न 7 : ₹1800 का 2 1/2 वर्ष में मिश्रधन ₹2250 हो जाता है। उसका दर % ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 8 : वह धनराशि ज्ञात करें जो 5% वार्षिक ब्याज की दर से 6 वर्ष में ₹1690 हो जाएगी।

प्रश्न 9 : कोई धन 20 वर्ष में साधारण ब्याज से अपने से 3 गुना हो जाता है तो कितने समय में वह 4 गुना हो जाएगा ?

प्रश्न 10 : एक व्यक्ति अपने मित्र से ₹400 उधार लेता है। यदि साधारण ब्याज की दर 5% वार्षिक है तो 2 वर्षों के बाद उसके द्वारा देय मिश्रधन ज्ञात करें।





**\*अनुपात (Ratio) :** अनुपात दो सजातीय राशियों की माप के बीच ऐसा संबंध है, जो यह दर्शाता है कि एक राशि दूसरी राशि की कितनी गुनी है।

यदि  $a$  तथा  $b$  दो सजातीय राशियाँ हों तो  $a$  तथा  $b$  के अनुपात को  $a/b$  या  $a:b$  के रूप में लिखा जाता है, जहाँ प्रथम राशि ' $a$ ' को पूर्व या प्रथम पद तथा दूसरी राशि ' $b$ ' को उत्तर या द्वितीय पद कहते हैं। इसका कोई मात्रक नहीं होता। इसे चिह्न ':' द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

**अनुपात के प्रकार-**

**\*सरल अनुपात -** वह अनुपात जिसके पूर्व पद और उत्तर पद परस्पर अविभाज्य हों एवं पूर्णांक हों, सरल अनुपात कहलाता है। जैसे -  $2:3$

**\*मिश्र अनुपात -** दो या दो से अधिक अनुपातों के पूर्व पदों के गुणनफल तथा उत्तर पदों के गुणनफल के अनुपात को मिश्र अनुपात कहते हैं।

जैसे -  $2:3, 4:5, 7:11$  का मिश्र अनुपात =  $2 \times 4 \times 7: 3 \times 5 \times 11 = 56 : 165$

**\*विलोम अनुपात -** किसी अनुपात के पदों को उलट देने पर प्राप्त नया अनुपात, विलोम अनुपात कहलाता है। जैसे  $4:5$  का विलोम अनुपात  $5:4$  होगा।

**\*समानुपात (Proportion) :** चार राशियाँ यदि इस प्रकार हैं कि पहली राशि का दूसरी राशि से अनुपात बराबर है तथा तीसरी राशि का चौथी राशि के अनुपात से, तब चारों राशियाँ समानुपाती कहलाती हैं। इसे चिह्न '::' से प्रदर्शित करते हैं।

जैसे- संख्याएँ  $4, 6, 8, 12$  समानुपाती हैं, क्योंकि

$4$  का  $6$  से अनुपात =  $4:6 = 2/3$

तथा  $8$  का  $12$  से अनुपात =  $8:12 = 2/3$

अर्थात्  $4:6 = 8:12$  या  $4:6 :: 8:12$

यहाँ पर चारों राशियाँ  $4, 6, 8$  और  $12$  समानुपात में हैं। प्रथम राशि  $4$  तथा चतुर्थ राशि  $12$  को बाह्य पद अथवा चरम पद कहा जाता है जबकि द्वितीय राशि  $6$  तथा तृतीय राशि  $8$  को मध्य पद कहा जाता है और चतुर्थ राशि  $12$  को  $4, 6, 8$  का चतुर्थ अनुपाती कहते हैं।

**समानुपात के प्रकार-**

**\*विततानुपाती या वित्त समानुपात**

**\*विलोमानुपाती या व्युत्क्रमानुपात**

**\*मिश्र समानुपात**

**\*वितत समानुपात-** तीन सजातीय राशियाँ यदि इस प्रकार की हों कि पहली और दूसरी राशि का अनुपात, दूसरी और तीसरी राशि के अनुपात के बराबर हो, तो वे राशियाँ वितत समानुपाती कहलाती हैं।

जैसे:  $6 : 12 :: 12 : 24$  जहाँ  $6$  और  $24$  का मध्यानुपाती  $12$  है तथा तृतीय अनुपाती  $24$  है।





ध्यान रखें-

$a, b$  का मध्यानुपाती  $= \sqrt{ab}$

$a, b$  का तृतीय अनुपाती  $= b^2/a$

$a, b, c$  का चतुर्थ अनुपाती  $= bc/a$

$a:b$  तथा  $c:d$  में  $ad > bc$  तब  $a:b$  बड़ा होता है तथा यदि  $ad < bc$  तब  $a:b$  छोटा होता है।

### संबंधित उदाहरण-

उदाहरण 1- 4 और 8 का तृतीयानुपाती कितना होगा?

हल- यदि  $a, b$  दो राशियाँ हों तो तृतीयानुपाती  $= b^2/a$   
अतः 4 और 8 का तृतीयानुपाती  $= 8 \times 8 / 4$   
 $= 16$

अतः तृतीयानुपाती = 16

उदाहरण 2- 5 और 125 का मध्यानुपाती ज्ञात करें।

हल- यदि  $a, b$  दो राशियाँ हों तो मध्यानुपाती  $= \sqrt{ab}$   
अतः 5 और 125 का मध्यानुपाती  $= \sqrt{5 \times 125}$   
 $= \sqrt{625} = 25$

अतः मध्यानुपाती = 25

उदाहरण 3- 50 पैसे और 5 रुपये में क्या अनुपात होगा?

हल- हम जानते हैं कि 1 रुपया = 100 पैसे  
अतः 50 पैसे: 5 रुपये  
 $= 50$  पैसे: 500 पैसे  
 $= 1:10$

उदाहरण 4- 8, 9 व 16 का चतुर्थानुपाती क्या होगा?

हल- यदि  $a, b, c$  तीन राशियाँ हों तो चतुर्थानुपाती  $= bc/a$   
अतः 8, 9, 16 का चतुर्थानुपाती  $= 9 \times 16 / 8$   
 $= 18$

अतः चतुर्थानुपाती = 18

### अभ्यास

प्रश्न 1- 3:2 तथा 7:5 में से कौन-सा अनुपात बड़ा है?

प्रश्न 2- यदि 9:4 :: 3:k हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3- 3 और 9 का तृतीय अनुपाती ज्ञात करें।

प्रश्न 4- 4 और 16 का मध्यानुपाती ज्ञात करें।

प्रश्न 5- यदि 12, x, 24, 80 समानुपात में हैं तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6- 8 रुपये और 16 पैसे में क्या अनुपात होगा?

प्रश्न 7- 16 और 196 का मध्यानुपाती ज्ञात करें।



अनुक्रमानुपात ( Sequential ratio ) -

ऐसा समानुपात जिसमें एक राशि के बढ़ने पर अथवा घटने पर उससे संबंधित दूसरी राशि भी उसी अनुपात में बढ़ती अथवा घटती है, अनुक्रमानुपात या अनुलोमानुपात कहलाता है।

उदाहरण : दो पेन का दाम ₹10 तो 4 पेन का दाम क्या होगा ?

$$2 \text{ पेन} : 4 \text{ पेन} :: ₹10 : क$$

$$2 \times क = 4 \times 10$$

$$2 क = 40$$

$$क = 40 / 2$$

$$क = 20$$

अतः 4 पेन का दाम ₹20 होगा।

यहाँ पेन की संख्या बढ़ने पर उनका दाम भी बढ़ रहा है। ऐसे प्रश्नों को हल करने के लिए अज्ञात राशि को ' क ' मान कर इसे समानुपाती क्रम में चौथे स्थान पर रखते हैं।

व्युत्क्रमानुपात ( Inverse ratio ) -

ऐसा समानुपात जिसमें एक राशि के बढ़ने अथवा घटने पर उससे संबंधित दूसरी राशि उसी अनुपात में घटती अथवा बढ़ती है। व्युत्क्रमानुपाती या विलोमानुपात कहलाता है।

उदाहरण : 3 आदमी किसी काम को 6 दिन में करते हैं तो 2 आदमी उसी काम को कितने दिन में करेंगे ?

$$3 \text{ आदमी} : 2 \text{ आदमी} = क \text{ दिन} : 6 \text{ दिन}$$

$$3 \times 6 = 2 \times क$$

$$18 = 2क$$

$$2क = 18$$

$$क = 18 / 2$$

$$क = 9$$

अतः 2 आदमी 9 दिन में पूरा करेंगे।

यहाँ पर आदमियों की संख्या घटने पर काम करने के दिनों की संख्या बढ़ रही है अर्थात् आदमियों की संख्या काम करने के दिनों की संख्या की व्युत्क्रमानुपाती है। ऐसे प्रश्नों को हल करने के लिए अज्ञात राशि को क मानकर समानुपाती क्रम में इसे तीसरे स्थान पर रखते हैं।

मिश्र समानुपात ( Mixed ratio ) -

ऐसा समानुपात जिसमें तीन अथवा तीन से अधिक अनुपात होते हैं, मिश्र समानुपात कहलाता है।

उदाहरण - 4 घंटे प्रतिदिन काम करके 10 आदमी एक काम को 14 दिन में पूरा करते हैं तो 5 घंटे प्रतिदिन काम करके 7 आदमी उसी कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे ?

हल: माना कि दिनों की संख्या ' क ' है। यहाँ दिनों की संख्या ज्ञात करने के लिए प्रत्येक पद को दिनों की संख्या से तुलना करेंगे।

आदमियों की संख्या	घंटे	दिन
-------------------	------	-----

10	4	14
----	---	----

7	5	क
---	---	---





$$\begin{aligned}7 : 10 &:: 5 : 4 :: 14 : क \\7 \times 5 \times क &= 10 \times 4 \times 14 \\35क &= 560 \\क &= 560 / 35 \\क &= 16 \text{ दिन}\end{aligned}$$

नोट : अनुक्रमानुपात और व्युत्क्रमानुपात के प्रश्नों में तीर का निशान कम संख्या से अधिक संख्या की तरफ लगेगा। यदि ऊपर की संख्या अधिक है तब तीर नीचे से ऊपर (  $\uparrow$  ) की तरफ लगेगा। यदि नीचे की संख्या अधिक है तब तीर ऊपर से नीचे की तरफ लगेगा (  $\downarrow$  )।

### अभ्यास कार्य

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

प्रश्न 1.  $150 : 125 :: x : 35$  का तीसरा पद ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 2.  $2 : 3$ ,  $6 : 11$ ,  $11 : 2$  का मिश्रानुपात क्या होगा ?

प्रश्न 3. यदि किसी कार्य को 15 आदमी 12 दिनों में करते हैं तो उसी कार्य को कितने आदमी 6 दिनों में करेंगे ?

प्रश्न 4.  $12 : क :: 14 : 21$  में क का मान बताइए।

प्रश्न 5.  $22 : 10 :: 11 : x$  में x का मान ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 6.  $x : 12 :: 96 : 36$  में x का मान ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 7.  $3 : 4$ ,  $4 : 5$ ,  $5 : 6$  का मिश्र अनुपात ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 8. यदि 20 किताबों का मूल्य 180 रुपये है तो 15 किताबों का मूल्य क्या होगा ?





### कार्य और समय की अवधारणा

किसी कार्य को समाप्त होने में लगे समय की मात्रा उस कार्य में लगे व्यक्तियों की संख्या के विलोमानुपाती होती है अर्थात् यदि अधिक व्यक्ति कार्य करेंगे तो कार्य जल्दी समाप्त हो जाएगा और कम व्यक्ति होने पर कार्य देर से समाप्त होगा।

#### ध्यान देने योग्य तथ्य

यदि कोई व्यक्ति 1 दिन में  $1/n$  भाग कार्य करता है तो वह व्यक्ति उस कार्य को  $n$  दिन में समाप्त कर लेगा।

$$\text{सूत्र- } \frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}$$

यहां पर  $M_1$  व्यक्तियों द्वारा  $H_1$  घंटे प्रतिदिन कार्य करके एक कार्य को  $D_1$  दिन में पूरा किया जा रहा है तो  $M_2$  व्यक्तियों द्वारा  $H_2$  घंटे प्रतिदिन कार्य करके  $D_2$  दिनों में वही कार्य किया जा सकता है।

**उदाहरण 1-** तीन व्यक्ति 8 घंटे प्रतिदिन कार्य करके एक कार्य को 12 दिन में पूरा करते हैं तो 8 व्यक्ति 9 घंटे प्रति दिन कार्य करते हुए उसी कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे ?

हल - यहां  $M_1=3, H_1=8, W_1=1, D_1=12$   
 $M_2=8, H_2=9, W_2=1, D_2=?$

$$\frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}$$

$$\frac{3 \times 12 \times 8}{1} = \frac{8 \times D_2 \times 9}{1}$$

$$D_2 = \frac{288}{72} = 4 \text{ दिन}$$

अतः 8 व्यक्ति 9 घंटे प्रति दिन कार्य करते हुए उसी कार्य को 4 दिनों में पूरा करेंगे।

यदि दो या अधिक व्यक्ति अलग-अलग कार्य क्षमता वाले, मिलकर किसी कार्य को करें तो दिनों की संख्या ज्ञात करने के लिए प्रत्येक व्यक्ति के एक दिन का कार्य ज्ञात करते हैं और दोनों व्यक्तियों के कार्यों को जोड़कर अभीष्ट दिनों की संख्या ज्ञात कर लेते हैं।

**उदाहरण 2-** A किसी कार्य को 15 दिन में पूरा करता है जबकि B उसी कार्य को 60 दिन में पूरा करता है। यदि वे दोनों मिलकर कार्य करें तो उनके द्वारा कार्य कितने दिनों में समाप्त हो जाएगा ?

हल -

$$A \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$B \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{60}$$

$$A+B \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15} + \frac{1}{60}$$

$$= \frac{4+1}{60}$$

$$= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

अतः A+B उस कार्य को पूर्ण करेंगे  $= 1 \div (1/12)$   
 $= 12$  दिन में

अतः A और B उस कार्य को मिलकर 12 दिन में पूरा करेंगे।

यदि  $m$  पुरुष या  $n$  महिला द्वारा किसी कार्य को पूरा करने में लिए गए दिनों की संख्या ज्ञात है तो इसका अर्थ यह है कि दिए गए दिनों को हम पुरुष के लिए भी प्रयोग कर सकते हैं और महिलाओं के लिए भी प्रयोग कर सकते हैं।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 22/2

टॉपिक - कार्य और समय

उदाहरण 3- यदि 8 पुरुष या 24 महिलाएँ किसी कार्य को 16 दिन में पूरा करते हैं तो 4 पुरुष और 10 महिलाएँ उस कार्य को कितने दिनों में पूरा कर लेंगे ?

हल - 8 पुरुष या 24 महिलाएँ

अर्थात् 8 पुरुष = 24 महिलाएँ

या 1 पुरुष = 3 महिलाएँ

अतः 4 पुरुष + 10 महिलाएँ

= (3 × 4 = 12) महिलाएँ + 10 महिलाएँ

= 22 महिलाएँ

अब यही प्रश्न इस प्रकार होगा कि 24 महिलाएँ किसी कार्य को 16 दिन में पूरा करती हैं तो 22 महिलाएँ उसी कार्य को कितने दिन में पूरा करेंगी?

$$\frac{M1D1}{W1} = \frac{M2D2}{W2}$$

$$M1=24, W1=1, D1=16$$

$$M2=22, W2=1, D2=?$$

$$\frac{24 \times 16}{1} = \frac{22 \times D2}{1}$$

$$D2 = \frac{24 \times 16}{22} = 192/11 \text{ दिन}$$

अतः 22 महिलाएँ उस कार्य को 192/11 दिन में पूरा करेंगी अर्थात् 4 पुरुष और 10 महिलाएँ उस कार्य को 192/11 दिन में पूरा करेंगे।

### अभ्यास

प्रश्न 1- दो पाइप किसी तालाब को क्रमशः 2 घंटे व 3 घंटे में भर सकते हैं। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो बताइए तालाब को भरने में कितना समय लगेगा ?

प्रश्न 2- यदि 12 पुरुष या 18 स्त्रियाँ एक खेत को 15 दिनों में काट सकते हैं तो बताइए 8 पुरुष और 16 स्त्रियाँ मिलकर उस खेत को कितने दिनों में काटेंगे ?

प्रश्न 3- A एक काम को 5 दिन में तथा B उसी काम को 10 दिन में पूरा करता है। यदि वे दोनों मिलकर काम करें तो बताइए पूरा काम करने में कितने दिन लगेगे ?

प्रश्न 4- यदि एक काम को रमन 5 दिन में, अमन 6 दिन में और कार्तिक 3 दिन में पूरा कर सकते हैं तो बताइए वे तीनों मिलकर उस काम को कितने दिनों में पूरा करेंगे ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

क्रमांक - 23

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

टॉपिक - कार्य और समय (भाग-2)

कार्य और समय की अवधारणा (भाग-2)

ध्यान देने योग्य मुख्य तथ्य -

- यदि A, B से दुगुनी गति से कार्य करता है तो A, B से आधे समय में उस कार्य को पूरा कर सकता है।
- कार्य को पूरा करने के लिए व्यक्तियों की संख्या जिस अनुपात में बढ़ती है तो उनके द्वारा लिए जाने वाला समय भी उसी अनुपात में घटता है।
- इन प्रश्नों को हल करते समय यह माना जाता है कि व्यक्ति एक समान दर से कार्य करता है।

### प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे जाने वाले कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न -

उदाहरण 1- यदि A और B किसी काम को 12 दिन में पूरा कर सकते हैं, B और C उसी काम को 15 दिन में पूरा कर सकते हैं। यदि A, C से दुगुनी कार्य क्षमता से कार्य कर सकता है तो बताइए B अकेला उस कार्य को कितने दिनों में पूरा करेगा ?

हल-

$$(A+B) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{12}$$

$$(B+C) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15}$$

प्रश्नानुसार, A का काम = 2 C का काम

$$\text{अतः } (2C+B) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{12}$$

$$\text{या } C+(C+B) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{12}$$

$$\text{या } C \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{60}$$

$$\text{अतः } B \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

$$= \frac{1}{20}$$

अतः B अकेला उस काम को जितने दिनों में पूरा करेगा = 20 दिन में

उदाहरण 2- एक सैनिक छावनी में 2000 जवानों के लिए 30 दिन के लिए राशन है। यदि 10 दिन बाद छावनी में 500 जवान और आ जाएं तो बताइए शेष बचा राशन कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा ?

हल-

यहां पहली स्थिति में, 10 दिन बाद 2000 जवानों के लिए पर्याप्त राशन =  $30 - 10 = 20$  दिन के लिए

अतः 1 जवान के लिए जितने दिनों के लिए पर्याप्त राशन =  $2000 \times 20 = 40000$  दिन दूसरी स्थिति में,

500 जवान और आ गये।

$$\text{अतः कुल जवान} = 2000 + 500 \\ = 2500 \text{ जवान}$$

1 जवान के लिए पर्याप्त राशन = 40000 दिन का

अतः 2500 जवानों के लिए पर्याप्त राशन =  $40000 \div 2500 = 16$  दिन

अतः शेष बचा भोजन 16 दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

#### अभ्यास

प्रश्न - राहुल और अमन मिलकर किसी काम को 16 दिन में करते हैं। यदि अमन अकेला उस काम को 48 दिन में कर सकता है तो बताइए राहुल अकेला उस काम को कितने दिनों में पूरा करेगा ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित

क्रमांक - 024/1 टॉपिक - चाल, समय और दूरी

**चाल, समय और दूरी ( Speed, Time and Distance ) :**

चाल सभी गतिमान वस्तुओं की धारणाओं से संबंधित है। प्रत्येक गतिमान वस्तु कुछ दूरी तय करने में कुछ ना कुछ समय अवश्य लेती है। इस प्रकार चाल, समय और दूरी इन तीनों में एक संबंध होता है।

**चाल ( Speed ) :**

किसी वस्तु द्वारा इकाई समय में तय की गई दूरी को चाल कहते हैं। जैसे : एक व्यक्ति 1 घंटे में 10 किलोमीटर दूरी चलता है तो उस व्यक्ति की चाल 10 किलोमीटर प्रति घंटा होगी।

**समय ( Time ) :**

किसी व्यक्ति, गाड़ी या वस्तु द्वारा इकाई चाल में चली गयी दूरी को व्यक्ति, गाड़ी या वस्तु का समय कहते हैं।

**दूरी ( Distance ) :**

किसी गतिमान वस्तु द्वारा एक निश्चित समय में तय की गई संपूर्ण लंबाई को दूरी कहते हैं। इसे किलोमीटर, मीटर आदि मात्रकों के द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

**उदाहरण :** एक बस 43 घण्टे में 2,924 कि०मी० की दूरी तय करती है।  
बस की चाल क्या है ?

**हल :** दूरी = 2,924 कि०मी०, समय  
= 43 घण्टे, चाल = ?  
चाल = दूरी / समय  
= 2924 / 43 किमी / घण्टे  
= 68 किमी / घण्टा

**दूरी, समय एवं चाल में सम्बन्ध :**

दूरी = समय × चाल

चाल = दूरी / समय

समय = दूरी / चाल

**औसत चाल ( Average Speed ) :**

यदि कोई व्यक्ति एक निश्चित दूरी को X किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से तय करता है एवं इतनी ही दूरी को Y किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से तय करता है एवम पूरी यात्रा को तय करने में लगा समय S घण्टे हो तो

औसत चाल = तय की गई कुल दूरी / लिया गया कुल समय

**औसत चाल =  $2XY / (X + Y)$**

चाल को मीटर प्रति सेकंड से किलोमीटर प्रति घंटा में बदलने के लिए 18 / 5 से गुणा करना पड़ता है।

1 मीटर प्रति सेकंड = 1 मीटर / 1 सेकंड

= 1/1000 किलोमीटर / 60×60 घंटा

= 18 / 5 किलोमीटर / घंटा





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित

क्रमांक - 024/2 टॉपिक - चाल, समय और दूरी

चाल को किलोमीटर प्रति घंटा से मीटर प्रति सेकंड में बदलने के लिए  $5/18$  से गुणा करना पड़ता है।

$$\begin{aligned} 1 \text{ किलोमीटर प्रति घंटा} &= 1 \text{ किलोमीटर} / 1 \text{ घंटा} \\ &= 1000 \text{ मीटर} / 60 \times 60 \text{ सेकंड} \\ &= 5/18 \text{ मीटर} / \text{सेकंड} \end{aligned}$$

यदि दो वस्तुओं की चाल क्रमशः  $a$  किमी प्रति घण्टा और  $b$  किमी प्रति घण्टा हैं। तो

जब वह विपरीत दिशा में गतिमान हो उनकी सापेक्ष चाल =  $a+b$

जब समान दिशा में गतिमान हो सापेक्ष चाल =  $a - b$

रेलगाड़ी से संबंधित तथ्य :

यदि कोई रेलगाड़ी किसी खम्बा या व्यक्ति को पार करती है तो खम्बा या किसी व्यक्ति को पार करने में उसके द्वारा चली गई दूरी खुद रेलगाड़ी की लंबाई के बराबर होगी।

एवं यदि कोई रेलगाड़ी किसी पुल या प्लेटफार्म को पार करती है तो रेलगाड़ी द्वारा चली गई दूरी रेलगाड़ी की लंबाई और पुल या प्लेटफार्म की लंबाई के योग के बराबर होगी।

### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1- एक लड़का 10.2 किलोमीटर दूरी को 3 घण्टे में तय करता है तो दूसरा लड़का 5 घण्टे में कितनी दूरी तय करेगा ?

प्रश्न 2- एक गाड़ी की चाल 80 किलोमीटर प्रति घण्टा है, 300 किलोमीटर जाने में उसे कितना समय लगेगा ?

प्रश्न 3- एक बस A से B तक 30 किलोमीटर प्रति घण्टे की गति से तथा B से A तक 20 किलोमीटर प्रति घण्टे की गति से चलती है, यदि A से B और B से C तक की दूरी 50 किलोमीटर हो तो बस की औसत चाल कितनी है ?

प्रश्न 4- एक साइकिल सवार 5 मी०/से० की चाल से 2 घण्टे 20 मिनट में कितने किलोमीटर दूरी तय करेगा ?

प्रश्न 5- यदि 160 किलोमीटर की दूरी 40 किमी / घण्टे की गति से तथा 120 किलोमीटर की दूरी 30 किमी / घण्टे की गति से तय की जाए तो औसत चाल क्या होगी ?



2



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 025/1 टॉपिक - क्षेत्रफल और परिमाप

क्षेत्रफल ( Area ) :

किसी समतल आकृति द्वारा घेरा जाने वाला वह स्थान जो आकृति की सीमाओं के अंदर फर्श अथवा धरातल के परिमाण के रूप में होता है, उस आकृति का क्षेत्रफल कहलाता है। जैसे-एक समतल आकृति वर्ग का क्षेत्रफल उसकी चारों भुजाओं की सीमा के अंदर का स्थान होता है।

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

भुजा  
Arm

क्षेत्रफल

वर्ग

चौड़ाई  
Breadth

लम्बाई Length

क्षेत्रफल

आयत

परिमिति अथवा परिमाप ( Perimeter ) :

किसी समतल आकृति की सभी भुजाओं का योगफल उसका परिमाप कहलाता है। जैसे-वर्ग या आयत का परिमाप उसके सभी भुजाओं के योगफल के बराबर होता है।

वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

आयत का परिमाप = 2 ( लम्बाई + चौड़ाई )

भुजा

भुजा

समतल आकृतियों के क्षेत्रफल एवम परिमाप

आयत ( Rectangle ) :

ऐसा चतुर्भुज जिसकी आमने-सामने की भुजाएं समान हों तथा प्रत्येक कोण 90 अंश का हो, आयत कहलाता है।

क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

परिमाप = 2 ( लंबाई + चौड़ाई )

विकर्ण =  $\sqrt{\text{लंबाई}^2 + \text{चौड़ाई}^2}$ 

4 सेमी

5 सेमी

उदाहरण : यदि एक आयत की लम्बाई 5 सेमी<sup>०</sup> और चौड़ाई 4 सेमी<sup>०</sup> है तो इसका परिमाप और क्षेत्रफल निकालें ?

हल : आयत का परिमाप = 2 ( लम्बाई + चौड़ाई )

= 2 ( l + b )

= 2 ( 5 + 4 ) सेमी

= 2 × 9 सेमी

= 18 सेमी

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= l × b

= 5 × 4 वर्ग सेमी

= 20 वर्ग सेमी

वर्ग ( Square ) :

= 18 सेमी

वह चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएं समान हो तथा प्रत्येक कोण 90 अंश का वर्ग कहलाता है।

क्षेत्रफल = भुजा × भुजा =  $1/2$  विकर्ण<sup>2</sup>

परिमाप = 4 × भुजा

विकर्ण =  $\sqrt{2} \times$  भुजा

5 सेमी

उदाहरण : यदि किसी वर्ग की भुजा 5 सेमी है तो उसका परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ?

हल : वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

= 4 × 5 सेमी

= 20 सेमी

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

= 5 × 5 वर्ग सेमी

= 25 वर्ग सेमी





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**प्राथमिक स्तर** क्रमांक - 025/2 टॉपिक - क्षेत्रफल और परिमाण

### विकर्ण के प्रश्नों के उदाहरण

होगा ? एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 32 वर्ग मी० है। इस वर्ग का विकर्ण क्या

$$\begin{aligned}\text{हल : वर्गाकार मैदान का विकर्ण} &= \sqrt{2 \times \text{क्षेत्रफल}} \\ &= \sqrt{2 \times 32} \\ &= \sqrt{64} \\ &= 8 \text{ मी०}\end{aligned}$$

एक आयत की लम्बाई 4 सेमी० और चौड़ाई 3 सेमी० है। आयत का विकर्ण ज्ञात करें।

$$\begin{aligned}\text{हल : आयत का विकर्ण} &= \sqrt{\text{लम्बाई}^2 + \text{चौड़ाई}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{16 + 9} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \text{ सेमी०}\end{aligned}$$



### अभ्यास कार्य

- प्रश्न 1- एक लिफाफे की लम्बाई 20 सेमी० तथा चौड़ाई 10 सेमी० है तो उस लिफाफे की बाहरी माप क्या होगी ?
- प्रश्न 2- एक आयत की एक भुजा 6 मीटर तथा विकर्ण 10 मीटर लम्बा है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 3- एक वर्ग की एक भुजा 5 मीटर है तो उसका परिमाण ज्ञात करें ?
- प्रश्न 4- किसी वर्ग की भुजा 55 मीटर है तो वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा ?
- प्रश्न 5- किसी आयत का परिमाण 56 सेमी० है और लम्बाई 15 सेमी० है। आयत का क्षेत्रफल क्या होगा ?
- प्रश्न 6- एक आयताकार खेत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 40 मी० और 30 मी० है। खेत का क्षेत्रफल क्या होगा ?
- प्रश्न 7- यदि किसी वर्ग की भुजा 12 सेमी० हो तो उस वर्ग का विकर्ण ज्ञात करो ?





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
प्राथमिक स्तर क्रमांक - 26/01 टॉपिक - आयतन

**आयतन (Volume)** - कोई वस्तु जितना स्थान घेरती है, वह उसका आयतन कहलाता है। इसे 'घन' इकाई में नापा जाता है।

किसी त्रिविमीय या त्रिआयामी (Three - Dimentional) आकृति द्वारा घिरा गया स्थान आयतन कहलाता है। किसी पदार्थ द्वारा घिरे हुए स्थान को लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई में व्यक्त किया जाता है।

👉 S.I. पद्धति में आयतन का मात्रक 'मीटर<sup>3</sup>' होता है।

**पृष्ठीय क्षेत्रफल** - समतल अथवा ठोस वस्तुओं के फैलाव को सतह या पृष्ठ कहते हैं तथा इसके तल के क्षेत्रफल को पृष्ठीय क्षेत्रफल कहते हैं। पृष्ठीय क्षेत्रफल को 'वर्ग' इकाई में मापा जाता है।

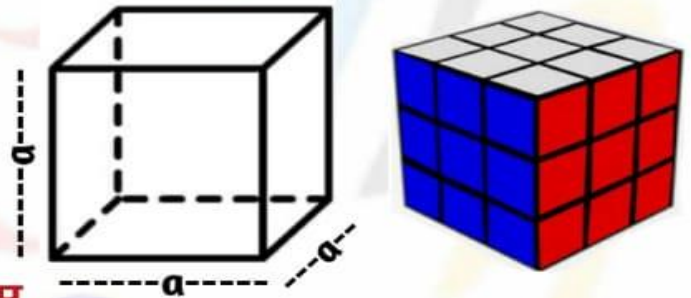
**घन (Cube)** - छह समान पृष्ठ वाली ऐसी ठोस आकृति जिसकी सभी विमाएँ समान हों, घन कहलाती है।

घन का आयतन =  $a^3$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2$

घन का विकर्ण =  $a\sqrt{3}$

जहाँ 'a' घन की भुजा है।



**घन के उदाहरण - पासा (Dice), रूब्रिक्स**

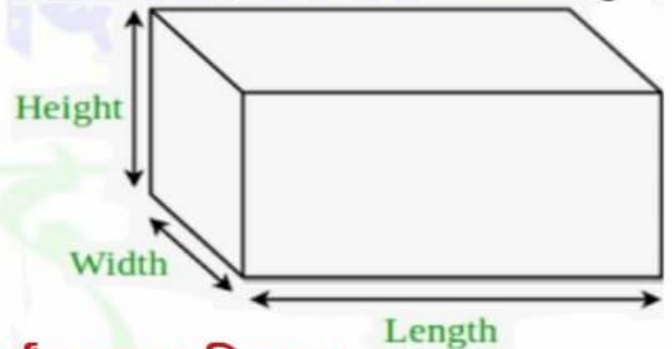
**घनाभ (Cuboid)** - छह पृष्ठों या तलों वाली ऐसी आकृति जो आयताकार रूप में हो अर्थात् उसकी सभी विमाएँ भिन्न-भिन्न हों, घनाभ कहलाती है। घनाभ की भुजा को 'कोर' भी कहते हैं।

घनाभ का आयतन =  $lbh$

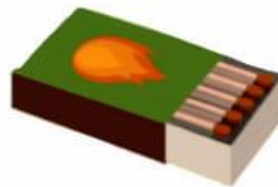
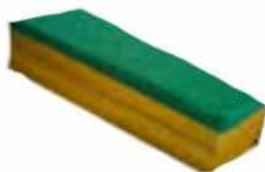
घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb+bh+hl)$

घनाभ का विकर्ण =  $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

जहाँ l, b और h घनाभ की कोरें हैं।



**घनाभ के उदाहरण - माचिस की डिबिया, ईट, डस्टर, किताब।**







पढ़ाई से प्रतियोगिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
प्राथमिक स्तर क्रमांक - 26/02 टॉपिक - आयतन

### सम्बन्धित उदाहरण

उदाहरण 1. एक कमरे की लंबाई 8 मीटर, चौड़ाई 4 मीटर और ऊँचाई 10 मीटर है। कमरे का आयतन ज्ञात करो।

हल- कमरे की लंबाई = 8 मीटर

कमरे की चौड़ाई = 4 मीटर

कमरे की ऊँचाई = 10 मीटर

कमरे का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
= 8 मीटर × 4 मीटर × 10 मीटर  
= 320 घन मीटर या 320 मीटर<sup>3</sup>

अतः कमरे का आयतन = 320 मीटर<sup>3</sup>

उदाहरण 2. यदि एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई, ऊँचाई क्रमशः 3 मीटर, 4 मीटर और 12 मीटर है तो इसके विकर्ण की लंबाई क्या होगी?

हल-

घनाभ के विकर्ण की लंबाई =  $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

जहाँ  $l = 3$  मीटर,  $b = 4$  मीटर,  $c = 12$  मीटर

अतः घनाभ के विकर्ण की लंबाई =  $\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}$

=  $\sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} = 13$  मीटर

अतः घनाभ का विकर्ण = 13 मीटर

उदाहरण 3. एक घन का आयतन व विकर्ण ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा 5 मीटर है।

हल- घन की भुजा = 5 मीटर

घन का आयतन = भुजा<sup>3</sup>

=  $5^3 = 125$  मीटर<sup>3</sup>

या 125 घनमीटर

घन का विकर्ण = भुजा $\sqrt{3}$

=  $5\sqrt{3}$  मीटर

अतः घन का आयतन = 125 घनमीटर

घन का विकर्ण =  $5\sqrt{3}$  मीटर

उदाहरण 4. एक घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी एक कोर 7.5 मीटर है।

हल- घन की कोर = 7.5 मीटर

घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6$ भुजा<sup>2</sup>

=  $6 \times (7.5)^2 = 337.5$  मीटर<sup>2</sup>

या 337.5 वर्ग मीटर

अतः घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =

337.5 वर्ग मीटर

### अभ्यास -

प्रश्न 1. यदि एक घनाकार ठोस की एक कोर 6 सेंटीमीटर हो तो बताइए उस ठोस का आयतन कितना होगा ?

प्रश्न 2. 32 मीटर लंबी, 3 मीटर ऊँची और 40 सेंटीमीटर मोटी एक दीवार बनाने के लिए 25 सेंटीमीटर × 15 सेंटीमीटर × 8 सेंटीमीटर आकार वाली कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी ?

प्रश्न 3. यदि किसी घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 726 वर्ग मीटर हो तो उस घन का आयतन कितना होगा ?

प्रश्न 4. एक घनाभ का आयतन ज्ञात करो यदि इसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12 सेंटीमीटर, 14 सेंटीमीटर और 4.5 सेंटीमीटर हैं।





पढ़ाई से प्रतिबन्धिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
प्राथमिक स्तर क्रमांक - 027/1 टॉपिक - क्षेत्रमिति

### परीक्षा उपयोगी महत्वपूर्ण प्रश्न

क्षेत्रमिति से सम्बंधित प्रश्नों को हल करने के लिए निम्नलिखित सूत्र -

- 1) आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
- 2) वर्ग का क्षेत्रफल = ( भुजा )<sup>2</sup>
- 3) आयत का परिमाप = 2 ( लम्बाई + चौड़ाई )
- 4) वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा
- 5) घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
- 6) किसी घनाभ का सबसे लम्बा विकर्ण =  $\sqrt{\text{लम्बाई}^2 + \text{चौड़ाई}^2 + \text{ऊँचाई}^2}$
- 7) कमरे की चार दीवारों का क्षेत्रफल = 2 (लम्बाई + चौड़ाई) × ऊँचाई

#### उदाहरण 1 :

किसी घनाभ की लम्बाई व चौड़ाई में 8:5 का अनुपात तथा ऊँचाई 6 सेंटीमीटर है यदि घनाभ का आयतन 6000 घन सेंटीमीटर हो तो घनाभ की लम्बाई कितनी होगी ?

**हल :** घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
 $= (8X) \times (5X) \times 6$   
 $= 240 X^2$  घन सेंटीमीटर

परन्तु घनाभ का आयतन = 6000 घन सेंटीमीटर

$$\begin{aligned}240 X^2 &= 6000 \\X^2 &= 6000 / 240 \\X^2 &= 25 \\X &= \sqrt{25} \\X &= 5\end{aligned}$$

अतः घनाभ की लम्बाई =  $8 \times 5$   
 $= 40$  सेंटीमीटर



#### उदाहरण 2 :

किसी आयत का क्षेत्रफल 7200 वर्ग सेंटीमीटर है। यदि उस आयत की लम्बाई, चौड़ाई से दोगुनी हो तो बताइये आयत की चौड़ाई कितनी होगी ?

**हल :** माना आयत की लम्बाई  $2 \times$  सेंटीमीटर तथा चौड़ाई  $\times$  सेंटीमीटर है।

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई  
 $7200 = (2 \times) \times (\times)$   
 $\times^2 = 7200 / 2$   
 $\times = \sqrt{3600}$   
 $\times = 60$

अतः आयत की चौड़ाई 60 सेंटीमीटर होगी ।







### उदाहरण 3 :

यदि किसी पानी की टंकी की लम्बाई 3 मीटर, चौड़ाई 2 मीटर और गहराई 1.5 मीटर हो तो बताइये उस टंकी में कितना लीटर पानी आएगा ?

**हल:** टंकी का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
( गहराई )  
 $= 3 \times 2 \times 1.5$   
 $= 9$  घन मीटर  
1 घन मीटर = 1000 लीटर  
टंकी का आयतन =  $9 \times 1000$   
 $= 9000$  लीटर



### उदाहरण 4:

यदि किसी आयत की लम्बाई 8 सेंटीमीटर तथा उसके विकर्ण की लम्बाई 10 सेंटीमीटर हो तो उस आयत का क्षेत्रफल कितना होगा ?

**हल :** आयत का विकर्ण =  $\sqrt{(\text{लम्बाई})^2 + (\text{चौड़ाई})^2}$   
 $10 = \sqrt{(8)^2 + (\text{चौड़ाई})^2}$   
 $(10)^2 = (8)^2 + (\text{चौड़ाई})^2$   
 $100 = 64 + (\text{चौड़ाई})^2$   
 $(\text{चौड़ाई})^2 = 100 - 64$   
 $(\text{चौड़ाई})^2 = 36$   
चौड़ाई =  $(6)^2$   
चौड़ाई = 6 सेंटीमीटर



आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई  
 $= 8 \times 6$   
 $= 48$  वर्ग सेंटीमीटर

### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1: एक आयताकार ठोस का आयतन 210 घन सेंटीमीटर है। यदि इसके आधार का क्षेत्रफल 42 वर्ग सेंटीमीटर हो तो उसकी ऊँचाई कितनी होगी ?

प्रश्न 2: एक आयताकार खेत की लम्बाई व चौड़ाई में अनुपात 5:4 है। यदि उसकी चौड़ाई, लम्बाई से 20 मीटर कम हो तो खेत का परिमाण कितना होगा ?

प्रश्न 3: एक आदमी एक वर्गाकार पार्क के दो चक्कर लगाने के लिए 88 मीटर चलता है। पार्क की एक भुजा की लम्बाई ज्ञात करें।

प्रश्न 4: एक फर्श की लम्बाई 5 मीटर और चौड़ाई 4 मीटर है। इस फर्श पर 3 मीटर भुजा वाला वर्गाकार कालीन बिछा हुआ है। फर्श के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिस पर कालीन नहीं बिछा है।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय- गणित

क्रमांक-28/01

प्रकरण- पैटर्न

### पैटर्न -

पैटर्न किसी संख्या, समूह अथवा श्रृंखला के मध्य एक ऐसा व्यवस्थित नियम है जो एक पद से दूसरे पद में तथा दूसरे पद से तीसरे पद में पहुंचने पर एक निश्चित संख्या से जोड़, घटाव, गुणा या भाग की क्रिया को शामिल करता है। यह एक ऐसा नियम है जो अन्य संख्या समूह में ही समान रूप से लागू होता है।

### वर्गाकार आकृति में लिखी संख्या का पैटर्न -

इस प्रकार के पैटर्न में एक वर्ग के अंदर कुछ पंक्तियाँ और कुछ स्तंभों में संख्याएँ लिख दी जाती हैं जो किसी निश्चित नियम के अनुसार व्यवस्थित होती हैं। इन्हीं संख्याओं की व्यवस्था का हमें पता लगाना होता है। जैसे - यदि वर्ग 1 में दिया गया पैटर्न

5	10	15
7	14	21
9	18	27

वर्ग 1

8	16	24
10	20	30
12	x	36

वर्ग 2

हो

तो वर्ग 2 में x का मान क्या होगा?

हल - पहले वर्ग में दी गई संख्याएँ इस प्रकार व्यवस्थित हैं- प्रत्येक पंक्ति में,

पहला पद, दूसरा पद =  $2 \times$  पहला पद

तीसरा पद =  $3 \times$  पहला पद

अतः दूसरे वर्ग में x (दूसरा पद) =  $2 \times 12$  (पहला पद) = 24

### संख्या श्रृंखला के रूप में पैटर्न -

यह संख्याओं का एक ऐसा अनुक्रम है जो किसी संख्या समूह को एक श्रृंखला के रूप में प्रदर्शित करता है। श्रृंखला का प्रत्येक पद एक निश्चित संख्या अथवा संख्या क्रम के रूप में व्यवस्थित होता है। जैसे -

5, 10, 15, 20, 25

उपरोक्त संख्या में प्रत्येक पद में 5-5 की वृद्धि हो रही है।

### पैटर्न में लागू नियम को खोजना -

किसी संख्या पैटर्न के प्रत्येक पद में एक निश्चित संख्या की वृद्धि या कमी हो सकती है अथवा गुणा या भाग हो सकता है। पैटर्न में छिपे हुए नियम का पता लगाने के लिए निम्न तथ्य महत्वपूर्ण हैं -

- यदि पैटर्न संख्या श्रृंखला के रूप में है तो प्रत्येक पद के मध्य का अंतर ज्ञात करने का प्रयास करें।
- यदि प्राप्त अंतर एक समान है तो अज्ञात पद में इस अंतर को जोड़ें या घटाएं।
- यदि प्राप्त अंतर एक अनुक्रम में आगे की ओर बढ़ रहा है तो उसी क्रम को अंत तक अपनाएं।

उदाहरण - निम्न पैटर्न का अध्ययन करके दूसरी आकृति के विलुप्त पद का मान ज्ञात करें।

5	
10	
15	30 45
20	
25	

3	
6	
9	? 27
12	
15	

हल -

पहले चित्र में  $+5 \{ \begin{array}{l} 5 \\ 10 \\ 15 \\ 20 \\ 25 \end{array} \}$   $+15 \rightarrow 30 \rightarrow 45$





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक  
प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय- गणित

क्रमांक- 28/02

प्रकरण- पैटर्न

इसी प्रकार दूसरे चित्र में -

$$\begin{array}{l}
 +3 \{ 3 \\
 +3 \{ 6 \\
 +3 \{ 9 \xrightarrow{+9} 18 \xrightarrow{+9} 27 \\
 +3 \{ 12 \\
 +3 \{ 15
 \end{array}$$

अतः ? = 18 होगा।

उदाहरण - निम्न श्रृंखला का अगला पद ज्ञात कीजिए।  
3, 5, 8, 12, 17, ?

हल -

दी गई श्रृंखला निम्न नियम के अनुसार आगे बढ़ रही है -

3 5 8 12 17 23

+2 +3 +4 +5 +6

अतः ? का मान = 23

अतः श्रृंखला का अगला पद 23 होगा।

## अभ्यास

प्रश्न 1) दी गई श्रृंखला पूरी करें -

2, 4, 6, 8, \_\_, \_\_, \_\_

प्रश्न 2) निम्न में विलुप्त पद ज्ञात कीजिए।

1, 4, \_\_, 16, 25

प्रश्न 3) श्रृंखला में अगला पद ज्ञात करें।

35, 30, 25, 20, \_\_

प्रश्न 4) निम्न में x का मान ज्ञात करें।

1, 3, 6, 10, x, 21

प्रश्न 5) दिए गए पैटर्न का अध्ययन करके अगले दो मान ज्ञात करो।

$$\begin{array}{ccc}
 1 & 2 & 3 \\
 \times 1 & \times 2 & \times 3 \\
 1 & 4 & 9
 \end{array}$$

प्रश्न 6) चित्रों को देखकर विलुप्त पद ज्ञात करें।

1	2	3
1	4	9
1	8	27

3	4	5
9	16	25
27	x	125





## संख्या श्रृंखला -

किसी विशेष समूह में संख्याओं के सुव्यवस्थित क्रम को संख्या श्रृंखला कहते हैं। संख्या श्रृंखला में होने वाले कुछ महत्वपूर्ण नियम इस प्रकार हैं -

**1. जोड़** - जब एक संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक निश्चित जोड़ के साथ आगे बढ़ती हैं, जैसे -  
+1, +2, +3, +4,.....

उदाहरण - 20, 21, 23, 26, 30, ....

**2. घटा** - जब एक संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक निश्चित अंतर के साथ आगे बढ़ते हैं, जैसे -  
-5, -10, -15, -20, .....

उदाहरण - 100, 95, 85, 70, 50, ....

**3. गुणा** - जब एक संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक दूसरे को किसी निश्चित संख्या से गुणा करने पर प्राप्त होती हैं। जैसे -

$\times 1, \times 2, \times 3, \times 4, \dots$

उदाहरण - 2, 4, 12, 48, ....

$\times 3, \times 3, \times 3, \times 3, \dots$

उदाहरण - 1, 3, 9, 27, ....

**4. भाग** - जब एक संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक दूसरे को किसी निश्चित संख्या से भाग देने पर प्राप्त होती हैं। जैसे -

$\div 5, \div 5, \div 5, \div 5, \dots$

उदाहरण - 625, 125, 25, 5, ...

**5. वर्ग** - जब संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक निश्चित वर्ग संख्या से घटती या बढ़ती हैं। जैसे -  
 $+1^2, +2^2, +3^2, \dots$

उदाहरण - 1, 5, 14, ...

**6. घन** - जब संख्या श्रृंखला में संख्याएँ एक निश्चित घन संख्या से घटती या बढ़ती हैं। जैसे -  
 $+1^3, +2^3, +3^3, \dots$

उदाहरण - 1, 9, 36, ...

इसी प्रकार जोड़-गुणा, जोड़-घटाव, भाग आदि नियम भी प्रयोग में लाए जाते हैं।

## अभ्यास -

दिए गए प्रश्नों में संख्या श्रृंखला में अगला पद ज्ञात करें।

1. 23, 29, 31, 37, ...

2. 2, 12, 32, 62, ....

3. 720, 120, 24, 6, ...

4. 1000, 512, 216, ...

5. 1, 8, 36, 148, ...

6. 2, 5, 11, 23, ...

7. 144, 100, 64, 36, ...

8. 1, 4, 10, 22, ...

9. 2, 4, 6, 8, ...

10. 1, 3, 5, 7, ...





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

प्राथमिक स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय- गणित

कक्षांक- 030/1

प्रकरण- आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन

आपके दैनिक जीवन में आपके सम्मुख निम्नलिखित प्रकार की सूचनाएँ आई होंगी।

जैसे : → पिछले 10 टेस्ट मैचों में एक बल्लेबाज द्वारा बनाए गए कुल रन।

→ आपकी कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा गणित के युनिट टेस्ट में प्राप्त किए गए अंक।

→ आपके मित्रों में से प्रत्येक द्वारा पढ़ी गई कहानियों की पुस्तकों की संख्या इत्यादि।

इन सभी स्थितियों में एकत्रित की गई सूचनाएँ आँकड़े (Data) कहलाते हैं। आँकड़े प्रायः एक ऐसी स्थिति के सन्दर्भ में एकत्रित किए जाते हैं जिसका हम अध्ययन करना चाहते हैं।

**आँकड़ों का संगठन :** हमें प्रायः उपलब्ध आँकड़े असंगठित रूप में प्राप्त होते हैं, जिन्हें यथाप्राप्त आँकड़े (Raw data) कहा जाता है। अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकालने के लिए, हमें आँकड़ों को एक क्रमबद्ध रूप में संगठित करने की आवश्यकता होती है।

**उदाहरण :** विद्यार्थियों के एक समूह से उनके मनपसन्द विषयों के बारे में पूछा गया। इसके परिणामों की सूची आगे दी गई है।

कला, गणित, विज्ञान, अंग्रेजी, गणित, कला, अंग्रेजी, गणित, अंग्रेजी, कला, विज्ञान, कला, विज्ञान, विज्ञान, गणित, कला, अंग्रेजी, कला, विज्ञान, गणित, विज्ञान, कला

हम मिलान चिह्नों (Tally marks) का प्रयोग करते हुए इन आँकड़ों को सारणी के रूप में व्यवस्थित करते हैं।

विषय	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
कला		7
गणित		5
अंग्रेज़ी		4
विज्ञान		6

### नोट :

विषयों की पसन्द से सम्बन्धित आँकड़े प्रत्येक प्रविष्टि के अनेक बार आने को दर्शाते हैं। कला को 7 विद्यार्थी पसन्द करते हैं, गणित को 5 विद्यार्थी पसन्द करते हैं इत्यादि (सारणी)। इस सूचना को आरेखीय रूप से एक चित्रालेख या एक दण्ड आरेख द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है।

प्रत्येक विषय के सम्मुख लिखे मिलान चिह्नों की संख्या से हम विशिष्ट विषय को पसन्द करने वाले विद्यार्थियों की संख्या प्राप्त करते हैं। यह संख्या उस विषय की बारम्बारता (Frequency) कहलाती है।

किसी प्रविष्टि की बारम्बारता वह संख्या है जितनी बार वह प्रविष्टि आँकड़ों में आती है।

सारणी से, अंग्रेजी को पसन्द करने वाले विद्यार्थियों की बारम्बारता 4 है।

गणित को पसन्द करने वाले विद्यार्थियों की बारम्बारता 5 है। इस रूप से बनाई गई सारणी एक बारम्बारता बंटन सारणी (Frequency distribution table) कहलाती है क्योंकि इससे पता चलता है कि एक प्रविष्टि कितनी बार आई हुई है।







## उदाहरण :

कक्षा VII के 60 विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्त किए गए निम्नलिखित अंकों पर हम विचार करें तो हम देखते हैं

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17

यदि हम प्रत्येक प्रेक्षण के लिए एक बारम्बारता बंटन सारणी बनाएँ, तो वह बहुत लम्बी होगी। अतः हम सुविधा के लिए प्रेक्षणों के कुछ समूह या वर्ग बनाते हैं, जैसे 0-10, 10-20 इत्यादि तथा प्रत्येक समूह या वर्ग में आने वाले प्रेक्षणों की संख्या के आधार पर एक बारम्बारता बंटन (Frequency distribution) प्राप्त करते हैं। इस प्रकार, उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बंटन सारणी निम्नलिखित हो सकती है।

समूह	मिलान चिह्न	बारम्बारता
0 - 10		2
10 - 20	###	10
20 - 30	#####	21
30 - 40	####	19
40 - 50	##	7
50 - 60		1
	योग	60

## नोट:

उपरोक्त प्रकार से प्रस्तुत आँकड़े वर्गीकृत आँकड़े (Grouped data) कहलाते हैं तथा प्राप्त बंटन वर्गीकृत बारम्बारता बंटन कहलाता है। इससे अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकालने में सहायता मिलती है।

जैसे -

(i) अधिकांश विद्यार्थियों ने 20 और 40 के बीच अंक प्राप्त किए हैं।

(ii) 8 विद्यार्थियों ने 50 में से 40 से अधिक अंक प्राप्त किए हैं।

समूहों 0-10, 10-20, 20-30 इत्यादि में से प्रत्येक एक वर्ग अन्तरा (Class interval) या संक्षेप में एक वर्ग (Class) कहलाता है। वर्ग अन्तराल 10-20 में 10 निम्न वर्ग सीमा (Lower class) कहलाएगी तथा 20 उच्च वर्ग सीमा (Upper class) कहलाएगी।

## अभ्यास प्रश्न

प्रश्न - 20 विद्यार्थियों ने अपनी पसंद का शीतल पेय स्वाद इस प्रकार दिया। टैली मार्क्स का उपयोग करके दी गई जानकारी का प्रतिनिधित्व करें।

संतरा, कोला, नींबू, नींबू, कोला, कोला, आम, आम, कोला, संतरा, संतरा, संतरा, आम, कोला, कोला, कोला, कोला, संतरा, नींबू, संतरा।





# विषय- गणित

## वर्किंग टीम



नाम- पंकज कुमार तिवारी (प्र०अ०)  
जनपद- झाँसी



नाम- मीना भाटिया (स०अ०)  
जनपद- गौतमबुद्ध नगर



नाम- कविता भारद्वाज (स०अ०)  
जनपद- प्रयागराज



नाम- राजेश दुबे (स०अ०)  
जनपद- गाजीपुर



नाम- शुचि वर्ष्ण्य (स०अ०)  
जनपद- संभल



नाम- रंकी गुप्ता (स०अ०)  
जनपद- गाजियाबाद