

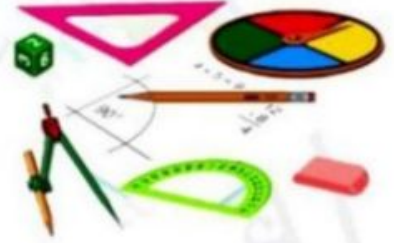


# मिशन शिक्षण संवाद

🤝 पढ़ाई से प्रतियोगिता तक 🤝



## जूनियर स्तर



### विषय - गणित

यथा शिखा मयूराणां, नागानां मणयो यथा।  
तद् वद् वेदांगशास्त्राणां गणितं मूर्धनि स्थितम्।।



🤝 आओ हाथ से हाथ मिलाएं बेसिक शिक्षा का मान बढ़ाएं 🤝



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** क्रमांक - 001  
**जूनियर स्तर** विषय - गणित टॉपिक - संख्या पद्धति (01)

यहाँ इस शीट को बेसिक स्तर पर गणित विषय के संख्या सिद्धान्त अभ्यास पर पूछे जाने वाले प्रतियोगिता परीक्षाओं में प्रश्नों के आधार पर बनाने का प्रयास किया जा रहा है। आज हम संख्या आधारित कुछ परिभाषाओं पर चर्चा करते हुए प्रश्नोत्तरी हल करेंगे।

**पूर्णांक संख्याएँ (Integers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य एवं ऋणात्मक संख्याओं को मिलाने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, उन्हें 'पूर्णांक संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ....

**पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य को मिलाने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं उन्हें 'पूर्ण संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ....

**प्राकृत संख्याएँ (Natural Numbers):** वस्तुओं को गिनने के लिए जिन संख्याओं का प्रयोग किया जाता है, उन्हें गणन संख्याएँ या 'प्राकृत संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ....

**सम संख्याएँ (Even Numbers):** वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित होती हैं उन्हें 'सम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे - 2, 4, 6, 8, ...

**विषम संख्याएँ (Odd Numbers):** वे संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित नहीं होती हैं उन्हें 'विषम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 1, 3, 5, 11, 17, 29, 39, ....

**अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):** वे संख्याएँ जो स्वयं और 1 के अलावा अन्य किसी संख्या से विभक्त नहीं होती हैं उन्हें 'अभाज्य संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 2, 3, 7, 11, 13, 17, .....

**अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):** वे संख्याएँ जो स्वयं और 1 के अलावा अन्य किसी संख्या से विभक्त नहीं होती हैं उन्हें 'अभाज्य संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 2, 3, 7, 11, 13, 17, .....

**भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers):** वे संख्याएँ जो स्वयं और 1 के अलावा अन्य किसी संख्या से पूर्णतः विभक्त हो जाती हैं, उन्हें 'भाज्य संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 4, 6, 8, 9, 10, 15, ...

**नोट - '1' न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या**

**असहभाज्य संख्याएँ (Co-Prime Numbers):** जब दो या दो से अधिक संख्याओं में कोई भी उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो अथवा जिसका म.स. 1 हो, वे एक साथ 'सह-अभाज्य संख्याएँ' कहलाती हैं। जैसे- (4,9), (12,25), (8,9,12)।

**तुल्य-अभाज्य संख्याएँ:** ऐसी अभाज्य संख्याएँ जिनके बीच का अंतर 2 हो 'तुल्य-अभाज्य संख्याएँ' कहलाती हैं। जैसे- (11, 13), (17, 19)

**परिमेय संख्याएँ (Rational Numbers):** वे संख्याएँ जिन्हें  $p/q$  के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ  $p$  तथा  $q$  पूर्णांक हैं एवं  $q \neq 0$  'परिमेय संख्याएँ' कहलाती हैं। जैसे-  $3/4$ ,  $5/6$ , 4, 1.77, 0, 2.3, .....

**अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Numbers):** वे संख्याएँ जिन्हें  $p/q$  के रूप में नहीं लिखा जा सकता, जहाँ  $p$  तथा  $q$  पूर्णांक हैं एवं  $q \neq 0$  अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे -  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{15}$ ,  $\sqrt{2}$ , 5  $1/3$ ,  $\pi$  आदि

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 002

टॉपिक - संख्या पद्धति (03)

## परिमेय एवं अपरिमेय संख्याएं

### परिमेय संख्या (Rational number)

जिन संख्याओं का मान या तो निश्चित होता है या सतत होता है, ऐसी संख्याओं को परिमेय संख्या कहा जाता है।

जैसे - 1, 2, 3, ..., 0, -1, -2, -3, ..., n, 22/7, 3/4, 3.14, 0.24, 0.567..., 0.333....

### अपरिमेय संख्या (Irrational number)

जिन संख्याओं का मान ना तो निश्चित होता है और ना ही सतत होता है ऐसी संख्याओं को अपरिमेय संख्याएं कहा जाता है।

जैसे  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$  आदि।

### परिमेय अपरिमेय संख्याओं पर आधारित बिन्दु

1- एक परिमेय संख्या को एक ऐसी संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है जिसे  $p/q$  के रूप में व्यक्त किया जा सके, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णाक हैं तथा  $q \neq 0$

इस प्रकार  $-2/5$  एक परिमेय संख्या है। यहाँ  $p = -2$  और  $q = 5$

2- 0 एक परिमेय संख्या है, संख्या शून्य न तो धनात्मक परिमेय संख्या है, न ही ऋणात्मक परिमेय संख्या।

पूर्णाक 0 को भी  $0/3$  या  $0/7$  आदि लिखा जा सकता है।

3- सभी भिन्न परिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्याओं  $-3/7, 5/-11$  तथा  $-2/-9$  में  $p$  तथा  $q$  दोनों धनात्मक पूर्णाक नहीं हैं, अतः ये संख्याएँ भिन्न नहीं हैं, जबकि  $3/7$  एवं  $5/11$  में  $p$  और  $q$  दोनों धनात्मक पूर्णाक हैं। ये भिन्न हैं।

\*सभी परिमेय संख्याएँ भिन्न नहीं होती हैं, परन्तु प्रत्येक भिन्न परिमेय संख्या होती है।

4- एक परिमेय संख्या  $p/q$  सरलतम रूप में तभी होती है जब  $q$  धनात्मक पूर्णाक हो, तथा  $p$  और  $q$  के निरपेक्ष मानों का महत्तम समापवर्तक 1 के अतिरिक्त अन्य कोई संख्या न हो।

परिमेय संख्या का सरलतम रूप ही उसका मानक रूप है।

## संख्याएं

वास्तविक संख्या  
Real number

काल्पनिक संख्या  
Complex number

अपरिमेय संख्या  
Irrational number  
उदाहरण -  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\pi$

परिमेय संख्या  
Rational number  
उदाहरण - 5, 2.5, 3/5

अभी के पाठ्यक्रम में नहीं

पूर्णाक संख्या  
Integer

भिन्न  
Fraction



### अब तक जाना

1. प्राकृतिक संख्या: 1, 2, 3, 4, 5, .....
2. सम संख्या: 2, 4, 6, 8, 10, .....
3. विषम संख्या: 1, 3, 5, 7, 9, .....
4. पूर्णाक संख्या: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, .....
5. पूर्ण संख्या: 0, 1, 2, 3, 4, .....
6. भाज्य संख्या: 4, 6, 8, 9, .....
7. अभाज्य संख्या: 2, 3, 5, 7, 11, .....
8. सह अभाज्य संख्या: (5, 7), (2, 3)
9. परिमेय संख्या:  $\sqrt{4}$ ,  $7/5$ ,  $2/3$ , 3
10. अपरिमेय संख्या:  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{13}$
11. वास्तविक संख्या:  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $4/7$
12. अवास्तविक संख्या:  $\sqrt{-6}$ ,  $\sqrt{-5}$ ,  $\sqrt{-29}$

### प्रश्नोत्तरी

1-कोई संख्या जिसे  $p/q$  की तरह लिखा जा सकता है, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णाक है और  $q \neq 0$ , है।

- (1) प्राकृतिक संख्या (2) पूर्ण संख्या
- (3) परिमेय संख्या (4) पूर्णाक संख्या

2-  $\sqrt{13}$  क्या है

- (1) परिमेय संख्या (2) अपरिमेय संख्या
- (3) पूर्ण संख्या (4) पूर्णाक संख्या

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - **गणित**  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 003 टॉपिक - संख्या पद्धति(विभाज्यता)

## विभाज्यता के नियम

### विभाज्यता

- 2** जिस संख्या का इकाई का अंक 0, 2, 4, 6 या 8 हो, वह संख्या 2 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे: 154, 6516, 827720, 1000
- 3** जिस संख्या के सभी अंकों का योग 3 से विभाजित हो जाता है, वह संख्या 3 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे:  
 $65175 = 6+5+1+7+5=24$  अंकों का योग 24 है और 24 विभाजित है 3 से, इसलिए 65175 विभाजित है 3 से।
- 4** जिस संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 4 से विभाजित हो जाती है एवं जिस संख्या के इकाई और दहाई के अंक शून्य हो तो वह संख्या भी 4 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे - 72724, 72662600, 722612
- 5** जिस संख्या का इकाई का अंक 0 या 5 हो, वह संख्या 5 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे - 626260, 71625
- 6** जो संख्या 2 और 3 दोनों से विभाजित हो, वह संख्या 6 भी विभाजित हो जाती है।  
जैसे: 65252, 98016
- 8** जिस संख्या के इकाई, दहाई और सैकड़ा के अंकों से बनी संख्या 8 से विभाजित होती है, वह संख्या 8 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे: 176888, 107568  
जिस संख्या के इकाई, दहाई और सैकड़ा के अंक शून्य होते हैं वह संख्या भी 8 से कट जाती है। जैसे: 626000, 81717000
- 9** जिस संख्या के अंकों का जोड़ 9 से विभाजित होता है, वह संख्या 9 से विभाजित हो जाती है।  
जैसे - 71667 में अंकों का जोड़ 27 एवं 926595 में अंकों का जोड़ 36 जो 9 से विभक्त हो जाता है



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 003 टॉपिक - संख्या पद्धति(04)

**क्रमागत संख्याएँ** - वह संख्याएँ

जो एक ही क्रम में आएँ, क्रमागत संख्याएँ कहलाती हैं।  
जैसे- A) 10,11,12,13,14

**सम क्रमागत संख्याएँ एवं विषम क्रमागत संख्याएँ**-

दी गई संख्या में 2-2 जोड़ने पर प्राप्त होती है।

जैसे-  $x, x+2, (x+2)+2, (x+2+2)+2$

A. 6,8,10. B. 53,55,57,59

● प्रथम  $n$  संख्याओं का योग -  $n(n+1) \div 2$

जैसे- यदि  $n=10$

$$n(n+1) \div 2 = 10(10+1) \div 2 = (10 \times 11) \div 2 = 110 \div 2 = 55$$

● प्रथम  $n$  सम संख्याओं का योग-  $n(n+1)$

जैसे-  $n=10$

$$n(n+1) = 10(10+1) = 10 \times 11 = 110$$

● प्रथम  $n$  विषम संख्याओं का योग-  $n^2$

जैसे-  $n=10$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

**दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में बदलना** -

दी गई संख्या से दशमलव हटा कर, संख्या के हर में 1 के आगे उतने ही शून्य लगाते हैं जितने दशमलव के बाद अंक होते हैं।

जैसे- A.  $0.2 = 2/10 = 1/5$

B.  $0.15 = 15/100 = 3/20$

**युग्म अभाज्य संख्या** -

जिन 2 अभाज्य संख्याओं में 2 का अंतर हो, उन्हें युग्म अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे- (11,13) (17,19)

**सह-अभाज्य संख्या**-

ऐसी संख्याओं के जोड़े जिनके गुणनखण्डों में 1 के अतिरिक्त कोई भी उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो उन्हें सह अभाज्य संख्या कहते हैं। जैसे- (12,13), (8,15)

**निरपेक्ष मान**-

वास्तविक संख्या का निरपेक्ष मान या निरपेक्ष मूल्य या 'मापांक'  $|a|$  उस संख्या के चिह्न के बिना उसके आंकिक मान के बराबर होता है। जैसे-  $-8 = 8$

**गुणात्मक प्रतिलोम** -

ऐसी संख्या, जिसका किसी संख्या में गुणा करने पर 1 प्राप्त हो जाये, उस संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम कहलाता है।

जैसे- 4 का गुणात्मक प्रतिलोम  $(1/4)$  होगा।

$$4 \times 1/4 = 1$$

**योगात्मक प्रतिलोम**-

ऐसी संख्याएँ, जिनको किसी संख्या में जोड़ने पर शून्य प्राप्त हो, उस संख्या की योगात्मक प्रतिलोम संख्या कहलाती हैं।

जैसे-  $8 + (-8) = 0$

यहाँ 8 की योगात्मक प्रतिलोम संख्या  $(-8)$  है।

**अभ्यास प्रश्न**

**रिक्त स्थान भरें-**

1) 2,356 की अनुवर्ती संख्या \_\_\_\_\_ है।

2) 34,799 में सबसे बड़ा स्थानीय मान \_\_\_\_\_ अंक का, 30,000 है।

3) 346 की क्रमागत 3 सम संख्याएँ \_\_\_\_\_ हैं।

4) संख्या 46 के अभाज्य गुणनखण्ड \_\_\_\_\_ हैं।

5) प्रथम पांच विषम संख्याओं का योग \_\_\_\_\_ है।

**सत्य/ असत्य बताएं-**

6) 1 ऐसी संख्या है जो न भाज्य है और न अभाज्य- ( )

7) (23,29) एक युग्म अभाज्य संख्या है। ( )

8)  $\sqrt{4}$  एक परिमेय संख्या है। ( )

9) 2 एक अभाज्य संख्या है। ( )

10) दो पूर्ण संख्याओं का योग सदैव एक पूर्ण संख्या ही होगा। ( )

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 004/01

टॉपिक - संख्या पद्धति ( प्रगुण)

### पूर्ण संख्याओं में योग/गुणा के प्रगुण

#### संवरक प्रगुण:-

दो पूर्ण संख्याओं का योगफल या गुणनफल एक पूर्ण संख्या ही होता है।

जैसे-  $5 \times 4 = 20$  (पूर्ण संख्या है)  
 $6 \times 9 = 54$  (पूर्ण संख्या है)  
 $8 + 7 = 15$  (पूर्ण संख्या है)  
 $12 + 14 = 26$  (पूर्ण संख्या है)

#### क्रम-विनिमेय नियम:-

दो पूर्ण संख्याओं के योगफल या गुणनफल पर संख्याओं के क्रम का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

जैसे-  $5 \times 8 = 40$        $15 + 20 = 35$   
 $8 \times 5 = 40$        $20 + 15 = 35$

#### तत्समक अवयव:-

a) किसी पूर्ण संख्या में ऐसी संख्या जोड़ें जिससे योगफल वही संख्या प्राप्त हो।

जैसे-  $5 + 0 = 5$        $27 + 0 = 27$

♦ योग का तत्समक अवयव शून्य (0) होता है।

b) किसी पूर्ण संख्या में ऐसी संख्या से गुना किया जाए जिससे गुणनफल वही संख्या प्राप्त हो।

जैसे-  $17 \times 1 = 17$

$45 \times 1 = 45$

♦ गुणा का तत्समक अवयव एक(1) होता है।

#### साहचर्य प्रगुण:-

तीन पूर्ण संख्याओं को क्रम में जोड़ते या गुणा करते समय किन्हीं दो संख्याओं का समूह पहले बना लेने से योगफल या गुणनफल में अन्तर नहीं पड़ता है।

जैसे- a)  $3 + (5 + 6) = (3 + 5) + 6 = 14$   
b)  $4 \times (6 \times 7) = (4 \times 6) \times 7 = 168$

#### वितरण प्रगुण:-

वितरण का अर्थ है बांटना

जैसे-  $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$

$A \times (B - C) = A \times B - A \times C$

#### विशेष बिंदु:-

1. किसी पूर्ण संख्या में शून्य से गुणा करने पर गुणनफल शून्य होता है।
2. घटाने की संक्रिया पूर्ण संख्या के लिये संवरक नहीं है।
3. विभाजन की संक्रिया पूर्ण संख्याओं के लिए संवरक नहीं है।
4. किसी शून्य संख्या में शून्य से भाग परिभाषित नहीं है।
5. किसी शून्य संख्या में प्राकृतिक संख्या से भाग देने पर भागफल शून्य प्राप्त होता है।

#### अभ्यास प्रश्न

#### रिक्त स्थान भरो:-

1.  $524 \times (23 + 4) = 524 \times 23 + [\quad] \times 4$
2.  $238 + 145 = 145 + [\quad]$
3.  $36,574 \times [\quad] = 0$
4.  $0 \div 423 = [\quad]$

#### निम्न समीकरणों में किस प्रगुण का प्रयोग किया गया है नाम लिखें-

1.  $23 \times (4 + 7) = 23 \times 4 + 23 \times 7$
2.  $650 \times 23 = 23 \times 650$
3.  $(6 \times 5) \times 10 = 6 \times (5 \times 10)$
4.  $84,256 + 0 = 84,256$
5.  $32,498 \times 1 = 32,498$



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 004/02 टॉपिक - संख्या पद्धति (BODMAS)

### संख्या

अंक सबसे छोटी संख्या सबसे बड़ी संख्या

|    |      |      |
|----|------|------|
| 1. | 1    | 9    |
| 2. | 10   | 99   |
| 3. | 100  | 999  |
| 4. | 1000 | 9999 |

उदाहरण - तीन अंको की सबसे छोटी संख्या तथा दो अंको की सबसे बड़ी संख्या का योगफल ज्ञात करो।

तीन अंको की सबसे छोटी संख्या = 100

दो अंको की सबसे बड़ी संख्या = 99

संख्याओं का योगफल =  $100 + 99 = 199$

### अंको के प्रयोग से सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या बनाना

अंको को आरोही क्रम में लिखकर सबसे बड़ी संख्या प्राप्त की जाती है, इसी प्रकार अंकों को अवरोही क्रम में लिखकर सबसे छोटी संख्या प्राप्त की जाती है। परंतु यदि अंकों में शून्य भी दिया गया है तो सबसे छोटी संख्या बनाते समय प्रथम स्थान पर शून्य को नहीं रखा जाता है।

उदाहरण - 6, 0, 5, 7 अंको से बनने वाली सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या का अंतर बताइए।

सबसे बड़ी संख्या = 7650

सबसे छोटी संख्या = 5067

संख्याओं का अंतर =  $7650 - 5067 = 2583$

### BODMAS का नियम

यदि किसी व्यंजक में +, ×, -, ÷, ( ) आदि चिन्हों का प्रयोग किया जाता है, तब उस व्यंजक को सरल करने के लिए BODMAS नियम का प्रयोग करते हैं।

|                    |        |     |
|--------------------|--------|-----|
| B = BRACKETS       | कोष्ठक | ( ) |
| O = OF             | का     |     |
| D = DIVISION       | भाग    | ÷   |
| M = MULTIPLICATION | गुणा   | ×   |
| A = ADDITION       | योग    | +   |
| S = SUBTRACTION    | घटाना  | -   |

उदाहरण-

|                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| (A) $6+15+3 \times 4$ | (B) $6+15+3 \times 4$ |
| $=6+5 \times 4$       | $=21+3 \times 4$      |
| $=6+20$               | $=7 \times 4$         |
| $=26$ ✓               | $=28$ ✗               |

उदाहरण (A) तथा उदाहरण (B) दोनों समान हैं परंतु दोनों के उत्तर भिन्न-भिन्न हैं। इसका कारण यह है कि हमने उदाहरण (A) में BODMAS नियम का प्रयोग किया है, परंतु उदाहरण (B) में नहीं। अतः व्यंजक को सरल करने के लिए BODMAS का प्रयोग करना अति आवश्यक है, अन्यथा हम सही उत्तर प्राप्त नहीं कर सकते हैं।

### कोष्ठक के प्रकार

- रेखा कोष्ठक क्रमानुसार सर्वप्रथम रेखा कोष्ठक, उसके बाद छोटा कोष्ठक, फिर मँझला कोष्ठक तथा अंत में बड़ा कोष्ठक सरल किया जाता है।
- ( ) छोटा कोष्ठक
- { } मँझला कोष्ठक
- [ ] बड़ा कोष्ठक

उदाहरण-

|  |  |
|--|--|
| (A) $5 \times [3 + \{(3 \times 6) \div 2\}]$ | (B) $[3 \times 5 + \{(12 \div 4) - 2\}]$ |
| $=5 \times [3 + \{18 \div 2\}]$              | $= [3 \times 5 + \{3 - 2\}]$             |
| $=5 \times [3 + 9]$                          | $= [3 \times 5 + 1]$                     |
| $=5 \times 12$                               | $= [15 + 1]$                             |
| $=60$  | $=16$                                    |

### अभ्यास प्रश्न

- तीन अंको की सबसे बड़ी संख्या तथा तीन अंको की सबसे छोटी संख्या का अंतर ज्ञात कीजिए।
- 3, 0, 9, 7 अंको से बनने वाली सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।
- मिलान कीजिए।

|                      |    |
|----------------------|----|
| $4 \div 2 + 3$       | 30 |
| $8 \times 4 - 2$     | 12 |
| $6 \times 12 \div 6$ | 3  |
| $4 \times 0 + 3$     | 24 |
| $8 \div 2 \times 6$  | 14 |
| $6 \times 2 + 2$     | 5  |

- रिक्त स्थान भरिए।

(A) छः अंको की सबसे छोटी संख्या \_\_\_\_\_ है।

(B) तीन अंको की सबसे बड़ी संख्या \_\_\_\_\_ है।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 005/01 टॉपिक - संख्या पद्धति

## वास्तविक संख्याओं का दशमलव प्रसार-

(1) परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार (2) अपरिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार

### 1. परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार-

- (a) सांत दशमलव प्रसार- जिन भिन्नों का दशमलव प्रसार सीमित होता है।  
जैसे-  $7/2=3.5$ ,  $8/10=0.8$ ,  $5/8=0.625$
- (b) असांत आवर्ती संख्या- जिन भिन्नों का प्रसार असीमित होता है तथा कुछ निश्चित अंकों की पुनरावृत्ति होती रहती है।  
जैसे-  $1/3=0.3333.....=0.3$  ———  
 $1/7=0.142857142857...=0.142857$

### 2. अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार-

जिन भिन्नों का दशमलव प्रसार अनिश्चित होता है।  
जैसे -  $\sqrt{2}=1.414213562373$   
 $\pi=3.141592653589$   
 $22/7, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{7}$  आदि अपरिमेय संख्याओं के उदाहरण हैं।

### दो परिमेय संख्याओं के मध्य परिमेय संख्या ज्ञात करना-

माना A और B के मध्य परिमेय संख्या  
 $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, \dots$  हैं-  
 $A, M_1, M_2, M_3, M_4, \dots, M_n, B$   
तब-  $M_1 = (A+B) / 2$   
 $M_2 = (M_1+B) / 2$   
 $M_3 = (M_2+B) / 2, \dots$   
 $M_n = (M_{n-1}+B) / 2$

जैसे-  $1/3$  और  $1/6$  के मध्य दो परिमेय संख्या ज्ञात करो-  
 $A=1/3, B=1/6$   
 $M_1 = (1/3+1/6) \times 1/2 = 1/4$   
 $M_2 = (1/4+1/6) \times 1/2 = 5/24$   
 $1/3, 1/4, 5/24, 1/6$

### विशेष बिंदु-

1. जिनका दशमलव प्रसार सांत और असांत आवर्ती होता है परिमेय संख्या कहलाती हैं।
2. जिनका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती होता है, अपरिमेय संख्या कहलाती हैं।
3. अंको के ऊपर लगाया गया दण्ड अंको के उस खंड को प्रकट करता है जिनकी पुनरावृत्ति होती है।
4. दो परिमेय संख्याओं के मध्य असीमित परिमेय संख्या पायी जाती हैं।

### अभ्यास प्रश्न-

1.  $36/100$  का दशमलव प्रसार किस प्रकार का है-
2.  $33/8$  का दशमलव प्रसार क्या होगा?
3. 11 और 12 के मध्य 2 परिमेय संख्या बताएँ।
4. दो परिमेय संख्याओं के मध्य कितनी परिमेय संख्या होती हैं।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 005/02 टॉपिक - संख्या पद्धति (परिमेय संख्या)

### समतुल्य परिमेय संख्या

किसी परिमेय संख्या के अंश तथा हर में एक ही पूर्णांक से गुणा करने पर प्राप्त परिमेय संख्या समतुल्य परिमेय संख्या कहलाती है।

उदाहरण-  $\frac{6}{7}$

$$\frac{6 \times 2}{7 \times 2} = \frac{12}{14}, \quad \frac{6 \times 3}{7 \times 3} = \frac{18}{21}$$

### परिमेय संख्याओं का सरलतम रूप या मानक रूप

यदि किसी परिमेय संख्या के अंश तथा हर में इनके महत्तम समापवर्तक से भाग दे दिया जाए तो प्राप्त संख्या परिमेय संख्या का सरलतम रूप या मानक रूप होती है।

उदाहरण-  $\frac{16}{20}$  महत्तम समापवर्तक = 4

$$\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$$

### परिमेय संख्याओं की तुलना

परिमेय संख्याओं में तुलना करने के लिए उनके हर का समान होना आवश्यक है।

उदाहरण-

$$\frac{6}{5} \quad \square \quad \frac{3}{2}$$

$$\frac{6 \times 2}{5 \times 2} \quad \square \quad \frac{3 \times 5}{2 \times 5}$$

$$\frac{12}{10} < \frac{15}{10}$$

### परिमेय संख्या का आरोही क्रम तथा अवरोही क्रम

परिमेय संख्याओं को आरोही क्रम या अवरोही क्रम में लगाने के लिए सर्वप्रथम उनके हर का समान होना आवश्यक है।

उदाहरण-  $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$

को आरोही क्रम तथा अवरोही क्रम में लगाइए।

सभी संख्याओं के हर का ल०स० = 30  
अतः सभी संख्याओं के हर को 30 बनाना है।

$$\frac{3 \times 15}{2 \times 15}, \frac{5 \times 10}{3 \times 10}, \frac{1 \times 15}{2 \times 15}, \frac{2 \times 6}{5 \times 6}$$

$$\frac{45}{30}, \frac{50}{30}, \frac{15}{30}, \frac{12}{30}$$

आरोही क्रम-  $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}$

अवरोही क्रम-  $\frac{5}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$

### अभ्यास प्रश्न

- $\frac{3}{2}$  के समतुल्य दो परिमेय संख्या लिखिए।
- $\frac{25}{30}$  को मानक रूप में लिखिए।
- $\frac{3}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{3}, \frac{6}{5}$  परिमेय संख्याओं को आरोही तथा अवरोही क्रम में लिखिए।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 006 टॉपिक - वर्ग (01)

**वर्ग-** जब किसी संख्या को स्वयं उसी से गुणा किया जाए तो उससे प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग कहलाती है।

जैसे-  $4^2 = 4 \times 4 = 16$

$13^2 = 13 \times 13 = 169$

$4^2$ - संख्या 4 आधार तथा 2 को घात कहते हैं, "4 की घात दो" ऐसे पढ़ते हैं

**पूर्ण वर्ग से सम्बंधित अवधारणा-**

☀ एक पूर्ण वर्ग (1 के अतिरिक्त) को सदैव समान अभाज्य गुणनखण्डों के युग्मों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

☀ सम संख्या का वर्ग एक सम संख्या एवं विषम संख्या का वर्ग एक विषम संख्या होती है।

**1 से 100 तक संख्याओं के वर्ग-**

|                       |                        |                        |                        |                          |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|
| 1 <sup>2</sup> = 1    | 21 <sup>2</sup> = 441  | 41 <sup>2</sup> = 1681 | 61 <sup>2</sup> = 3721 | 81 <sup>2</sup> = 6561   |
| 2 <sup>2</sup> = 4    | 22 <sup>2</sup> = 484  | 42 <sup>2</sup> = 1764 | 62 <sup>2</sup> = 3844 | 82 <sup>2</sup> = 6724   |
| 3 <sup>2</sup> = 9    | 23 <sup>2</sup> = 529  | 43 <sup>2</sup> = 1849 | 63 <sup>2</sup> = 3969 | 83 <sup>2</sup> = 6889   |
| 4 <sup>2</sup> = 16   | 24 <sup>2</sup> = 576  | 44 <sup>2</sup> = 1936 | 64 <sup>2</sup> = 4096 | 84 <sup>2</sup> = 7056   |
| 5 <sup>2</sup> = 25   | 25 <sup>2</sup> = 625  | 45 <sup>2</sup> = 2025 | 65 <sup>2</sup> = 4225 | 85 <sup>2</sup> = 7225   |
| 6 <sup>2</sup> = 36   | 26 <sup>2</sup> = 676  | 46 <sup>2</sup> = 2116 | 66 <sup>2</sup> = 4356 | 86 <sup>2</sup> = 7396   |
| 7 <sup>2</sup> = 49   | 27 <sup>2</sup> = 729  | 47 <sup>2</sup> = 2209 | 67 <sup>2</sup> = 4489 | 87 <sup>2</sup> = 7569   |
| 8 <sup>2</sup> = 64   | 28 <sup>2</sup> = 784  | 48 <sup>2</sup> = 2304 | 68 <sup>2</sup> = 4624 | 88 <sup>2</sup> = 7744   |
| 9 <sup>2</sup> = 81   | 29 <sup>2</sup> = 841  | 49 <sup>2</sup> = 2401 | 69 <sup>2</sup> = 4761 | 89 <sup>2</sup> = 7921   |
| 10 <sup>2</sup> = 100 | 30 <sup>2</sup> = 900  | 50 <sup>2</sup> = 2500 | 70 <sup>2</sup> = 4900 | 90 <sup>2</sup> = 8100   |
| 11 <sup>2</sup> = 121 | 31 <sup>2</sup> = 961  | 51 <sup>2</sup> = 2601 | 71 <sup>2</sup> = 5041 | 91 <sup>2</sup> = 8281   |
| 12 <sup>2</sup> = 144 | 32 <sup>2</sup> = 1024 | 52 <sup>2</sup> = 2704 | 72 <sup>2</sup> = 5184 | 92 <sup>2</sup> = 8464   |
| 13 <sup>2</sup> = 169 | 33 <sup>2</sup> = 1089 | 53 <sup>2</sup> = 2809 | 73 <sup>2</sup> = 5329 | 93 <sup>2</sup> = 8649   |
| 14 <sup>2</sup> = 196 | 34 <sup>2</sup> = 1156 | 54 <sup>2</sup> = 2916 | 74 <sup>2</sup> = 5476 | 94 <sup>2</sup> = 8836   |
| 15 <sup>2</sup> = 225 | 35 <sup>2</sup> = 1225 | 55 <sup>2</sup> = 3025 | 75 <sup>2</sup> = 5625 | 95 <sup>2</sup> = 9025   |
| 16 <sup>2</sup> = 256 | 36 <sup>2</sup> = 1296 | 56 <sup>2</sup> = 3136 | 76 <sup>2</sup> = 5776 | 96 <sup>2</sup> = 9216   |
| 17 <sup>2</sup> = 289 | 37 <sup>2</sup> = 1369 | 57 <sup>2</sup> = 3249 | 77 <sup>2</sup> = 5929 | 97 <sup>2</sup> = 9409   |
| 18 <sup>2</sup> = 324 | 38 <sup>2</sup> = 1444 | 58 <sup>2</sup> = 3364 | 78 <sup>2</sup> = 6084 | 98 <sup>2</sup> = 9604   |
| 19 <sup>2</sup> = 361 | 39 <sup>2</sup> = 1521 | 59 <sup>2</sup> = 3481 | 79 <sup>2</sup> = 6241 | 99 <sup>2</sup> = 9801   |
| 20 <sup>2</sup> = 400 | 40 <sup>2</sup> = 1600 | 60 <sup>2</sup> = 3600 | 80 <sup>2</sup> = 6400 | 100 <sup>2</sup> = 10000 |

☀ एक पूर्ण वर्ग की इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 या 9 हो सकता है।

☀ उस संख्या का वर्ग जिसका इकाई का अंक

- 1 या 9 है, 1 पर समाप्त होता है  $11^2 = 121, 9^2 = 81$   
2 या 8 है, 4 पर समाप्त होता है  $12^2 = 144, 8^2 = 64$   
3 या 7 है, 9 पर समाप्त होता है  $22^2 = 484, 17^2 = 289$   
4 या 6 है, 6 पर समाप्त होता है  $34^2 = 1156, 236^2 = 55696$   
5 है तो, 5 पर समाप्त होता है  $75^2 = 5625$   
0 है तो, 0 पर समाप्त होता है  $100^2 = 10000$

☀ n और n+1 के वर्गों के मध्य 2n प्राकृत संख्याएँ होती हैं।

☀ वह संख्या जिसके अन्त में शून्यों की संख्या विषम हो, एक पूर्ण वर्ग नहीं होती है।

☀ यदि पूर्ण वर्ग n अंकों का है, तो उसके वर्गमूल में n/2 अंक (n सम संख्या है) तथा (n+1)/2 (n विषम संख्या है) अंक होंगे

1.  $64^2$  में इकाई के स्थान पर \_\_\_ होगा। **अभ्यास प्रश्न**  
2. 100 के वर्ग में \_\_\_ अंक होंगे।  
3. 65536 एक \_\_\_ संख्या का वर्ग है। (सम/ विषम)  
4.  $6^2$  और  $7^2$  के मध्य कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं?  
5.  $7583^2$  का इकाई का अंक कितना होगा?  
6. 23 के वर्ग में कितने अंक होंगे?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 006/02 टॉपिक - वर्ग

## वर्ग

### 1. पूर्ण संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

संख्या का उसी संख्या में गुणा करके पूर्ण संख्या वर्ग ज्ञात करते हैं।

जैसे-  $2^2=4$ ,  $4^2=16$ ,  $8^2=64$

### 2. पूर्णांकों का वर्ग ज्ञात करना-

पूर्णांक संख्या का वर्ग ज्ञात करने में संख्याओं के साथ-साथ चिह्नों का गुणा भी आपस में किया जाता है, तब धनात्मक संख्या का चिन्ह अपरिवर्तित रहता है किन्तु ऋणात्मक संख्या का चिन्ह धनात्मक हो जाता है।

जैसे-  $12^2=144$   $(-12)^2=144$   
 $13^2=169$   $(-13)^2=169$

### 3. परिमेय संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

परिमेय संख्या का गुणा उसी परिमेय संख्या में करने के लिए, अंश का गुणा अंश में और हर का गुणा हर में करते हैं।

जैसे-  $(2/3)^2 = (2 \times 2)/(3 \times 3) = 4/9$   
 $(5/7)^2 = (5 \times 5)/(7 \times 7) = 25/49$

### 4. दशमलव संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

जितने अंकों के बाद दशमलव लगा होता है उन अंकों के दोगुने अंको के बाद दशमलव संख्या के वर्ग में दशमलव लगाते हैं।

जैसे-  $(1.3)^2 = 1.69$   
 $(0.4)^2 = 0.16$

**विशेष संख्याओं के वर्ग ज्ञात करने की लघु विधि-**

(1) जिन संख्याओं के इकाई अंक के स्थान पर 5 हो-

इस विधि द्वारा उन संख्याओं का वर्ग ज्ञात किया जाता है जिनका इकाई अंक 5 होता है।  
वर्ग ज्ञात करने का नियम-

15 का वर्ग वैदिक पद्धति से ज्ञात करना-

- दी गयी संख्या के इकाई अंक 5 का वर्ग 25 को दायीं ओर लिखेंगे -  
 $15^2 = \square [25]$

2. अब दहाई के अंक का गुणा उस से एक अधिक अंक  $(1 \times 2 = 2)$  से करके बायीं ओर लिखेंगे-

$$15^2 = [2][25]$$

3. इस प्रकार अभीष्ट वर्ग 225 होगा।

$$65^2 = 65 \times 65$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 7 \quad 5^2 \\ 42 \quad 25 \\ \hline 4225 \end{array}$$

(2) दो अंकों की संख्याओं के वर्ग ज्ञात करना-

जैसे-

47 का वर्ग ज्ञात करना- संकेत

- प्रथम खण्ड में दहाई अंक का वर्ग  $= 4^2 = 16$
- तीसरे खण्ड में इकाई अंक का वर्ग  $= 7^2 = 49$
- मध्य खण्ड में दोनो अंकों का गुणनफल  $= 4 \times 7 = 28$
- मध्य खण्ड में दोनो अंकों का गुणनफल नीचे एक बार और लिखते हैं।
- तृतीय और मध्य खण्ड में इकाई का ही अंक रखते हैं, दहाई अंक को आगे खण्ड में समायोजित कर देते हैं।
- योगफल संख्या का अभीष्ट वर्ग होता है- 2209

$$\begin{array}{r} 16 \quad 28 \quad 49 \\ + \quad \quad 28 \\ \hline 22 \quad 0 \quad 9 \end{array}$$

### विशेष-

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  के माध्यम से भी वर्ग ज्ञात किया जाता है-  
 $110^2 = (100+10)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 10 + 10^2$   
 $= 10000 + 2000 + 100 = 12100$

● 110 का वर्ग ज्ञात करने के लिए 11 के वर्ग के आगे 1 शून्य के दो गुना शून्य लगा दिए जाते हैं  
 $110^2 = 12100$

### अभ्यास प्रश्न

- 45 का वर्ग है-
- 1.2 का वर्ग है-
- 23 का वर्ग है-
- 12/11 का वर्ग है-
- 0.01 का वर्ग होगा.
- 25 और 35 के वर्गों का अन्तर बतायें।
- $(4/5)^2 = ?$
- $95^2$  का मान होगा-

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 007/01 टॉपिक - वर्ग

### विशेष संख्याओं के वर्ग ज्ञात करने की लघु विधि

(1) जिन संख्याओं में 1 अंक की आवृत्ति हो रही हो, उन संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने की विशेष विधि-

संख्या में जितनी बार 1 अंक आया है, सर्वप्रथम उतने ही अंक तक गिनती लिखते हैं, उसके बाद घटते हुए क्रम में अंक लिख देते हैं

जैसे-

$$(1111)^2$$

प्रथम चरण- 1234

द्वितीय चरण- 1234321

अभीष्ट वर्ग-  $(1111)^2 = 1234321$

(2) उन संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना जिनमें 3, 6 और 9 अंक की पुनरावृत्ति हो रही हो-

● संख्या में जितने अंक हैं उनके दो गुने अंको के स्थान चिह्नित करेंगे

$$(3333)^2 \rightarrow \text{-----}$$

● अब प्रथम स्थान पर  $3^2 = 09$  का इकाई अंक 9 लिखेंगे, एवं चतुर्थ स्थान पर दहाई अंक 0 लिखेंगे-

$$\text{---} 0 \text{---} 9$$

● आगे 9 के बाद दहाई, सैकड़, हजार स्थान पर 9 से 1 कम, 8 लिखेंगे-

● शून्य के बाद 0 से एक अधिक 1 लिखेंगे

अभीष्ट वर्ग -  $(3333)^2 = 11108889$

इसी प्रकार  $(666)^2$ ,  $(99999)^2$  ज्ञात करेंगे-

$$(666)^2 \rightarrow \text{-----} \rightarrow \text{---} 3 \text{---} 6$$

अभीष्ट वर्ग- 443556

(3) तीन अंको वाली संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

● तीन अंको की संख्या को दो भागों में बाँटते हैं

● पहले का वर्ग लिखते हैं, मध्य खण्ड में दोनों भागों के गुणनफल का दूना एवं तीसरे तीसरे खण्ड में दूसरे भाग का गुणनफल लिखते हैं।

● मध्य और तीसरे खण्ड में सिर्फ दो अंक तक लिखते हैं, अगले अंक को अगले खण्ड में समायोजित करते हैं।

जैसे-  $(345)^2 = 3 \ 45$

$$9 \ 3 \times 45 \times 2 \ 2025$$

$$2 \ 20$$

$$9 \ 270 \ 2025$$

$$\text{-----}$$

$$11 \ 90 \ 25$$

अभीष्ट वर्ग  $(345)^2 = 119025$

(4) 101, 1001, 10001.... इस प्रकार की संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

$$101^2 \rightarrow$$

● 11 के वर्ग को लिखेंगे - 1 2 1

● जैसा कि आप देख रहे हैं 101 में एक 0 है, अभीष्ट वर्ग ज्ञात करने के लिए 1 और 2 के मध्य एक- एक शून्य लिखेंगे-

$$10201$$

$$1001^2 = 1002001$$

$$10001^2 = 100020001$$

(5) 10101, 1001001, 100010001, .... संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने की विधि-

$$10101^2 \rightarrow$$

● सर्वप्रथम 111 का वर्ग लिखेंगे - 1 2 3 2 1

● 10101 में अंको के मध्य एक-एक शून्य है, उसी प्रकार अभीष्ट वर्ग ज्ञात करने के लिए 111 के वर्ग के मध्य एक-एक शून्य लिखेंगे-

$$102030201$$

इसीप्रकार-

$$1001001^2 = 1002003002001$$

$$1001001001^2 = 1002003004003002001$$

(6) 1010, 10010, 10010010.... ऐसी संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना जिनके इकाई अंक पर शून्य (0) हो-

$$1010^2 \rightarrow$$

● सर्वप्रथम 101 का वर्ग लिखेंगे- 10201

● अब 101 के बाद 1 एक शून्य शेष है, वर्ग करते समय अंत में आने वाले शून्य का दो गुना करके लिखते हैं, एक शून्य के दो, दो शून्य के चार... इसीप्रकार 101 के वर्ग के आगे दो शून्य लिखेंगे-

$$\text{अभीष्ट वर्ग- } 1020100$$

इसीप्रकार-

$$1010100^2 = 1020302010000$$

$$100100^2 = 10020010000$$

(7) 2, 22, 222, 2222.... संख्याओं का वर्ग ज्ञात करना-

$$(2222)^2 \rightarrow$$

$$4 \times (1111)^2 = 4 \times 1234321 = 4937284$$

### अभ्यास प्रश्न

निम्न संख्याओं का वर्ग ज्ञात करें-

$$(1) (111111)^2$$

$$(3) (100100)^2$$

$$(2) (100100)^2$$

$$(4) (999)^2$$

$$(5) (2222)^2$$

$$(6) (66666)^2$$

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 007/02 टॉपिक - वर्गमूल

**वर्गमूल**- किसी संख्या  $x$  का वर्गमूल  $\sqrt{x}$  या  $(x)^{1/2}$  वह संख्या है, जिसका वर्ग करने पर पुनः वही संख्या प्राप्त हो जाती है। जैसे-  $\sqrt{4} = 2$ ,  $2^2 = 4$   
वर्गमूल ज्ञात करने की दो विधियाँ हैं- (1) गुणनखण्ड (2) भागविधि

**(1) गुणनखण्ड विधि-**

संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड करके, अभाज्य गुणनखण्ड के युग्म बनाते हैं, तत्पश्चात जोड़े में से एक-एक अभाज्य संख्या का गुणा कर लेते हैं। प्राप्त गुणनफल अभिष्ट वर्गमूल है।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2164} \\ \underline{2 \phantom{0} 32} \\ 2 \phantom{0} 16 \\ \underline{2 \phantom{0} 8} \\ 2 \phantom{0} 4 \\ \underline{2 \phantom{0} 2} \\ 2 \phantom{0} 2 \\ \underline{2 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

$\sqrt{404} = 2 \times 2 \times 2 = 8$

**(2) भागविधि-**

- सबसे पहले दी गयी संख्या को दायीं ओर से 2-2 के जोड़े में बाँटते हैं। जैसे- 57 76
- अब ऐसी संख्या लेते हैं जिसका वर्ग 57 हो या इससे कम। जैसे-  $7 \times 7 = 49$
- अब  $57 - 49 = 8$ , शेष के साथ अगले अंकों का जोड़ा भी लिखते हैं- 8 76
- $7 + 7 = 14$  को नीचे लिखते हैं, अब इस अंक लेते जिसे 14 के साथ लिखकर नयी बनी संख्या में उसी अंक से गुणा करने पर 876 या इससे कम अंक मिले। जैसे-  $146 \times 6 = 876$
- अभिष्ट वर्गमूल 76 होगा

$$\begin{array}{r} 76 \\ \sqrt{5776} \\ \underline{49} \\ 876 \\ \underline{876} \\ 00 \end{array}$$

दी गयी संख्या में से न्यूनतम संख्या घटाकर पूर्ण वर्ग संख्या बनाना-

\* 405 में से कितने न्यूनतम संख्या घटाएँ जिससे पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो जाए-

405 का वर्गमूल भाग विधि से ज्ञात करने पर शेष बचे अंक को 405 से घटा देंगे। अभिष्ट संख्या पूर्णवर्ग है।

दी गयी संख्या से किस न्यूनतम संख्या का गुणा या भाग किया जाए जिससे प्राप्त संख्या एक पूर्ण वर्ग संख्या हो-

$$\begin{array}{r} 20 \\ \sqrt{405} \\ \underline{40} \\ 005 \\ \underline{000} \\ 5 \end{array}$$

1000 में किस न्यूनतम संख्या से गुणा या भाग किया जाए कि एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो-

1000 का वर्गमूल गुणनखण्ड विधि द्वारा ज्ञात करेंगे

जिन अभाज्य संख्याओं के गुणनखण्ड अपूर्ण हैं, उनके गुणनफल से 1000 में गुणा या भाग करने पर एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त होगी।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1000} \\ \underline{2 \phantom{0} 500} \\ 2 \phantom{0} 250 \\ \underline{5 \phantom{0} 125} \\ 5 \phantom{0} 25 \\ \underline{5 \phantom{0} 5} \\ 0 \end{array}$$

अतः  $2 \times 5 = 10$  वह न्यूनतम संख्या है जिसका गुणा 1000 में करने पर या भाग करने पर पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त होगी-

$$1000 \times 10 = 10000 = (10^2)^2$$

$$1000 \div 10 = 100 = 10^2$$

**विशेष-**

- दशमलव संख्या का वर्गमूल ज्ञात करते समय दशलव के बाद के अंको के जोड़े बाँयी ओर से बनाने चाहिए।
- $\sqrt{(a+b)} = (a+b)^{1/2}$
- $\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(ab)^{1/2} = \sqrt{ab}$
- सभी वर्ग संख्याओं के अन्त में इकाई के स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6, 9 अंक होते हैं।
- एक पूर्ण वर्ग संख्या के दो पूर्ण वर्गमूल होते हैं- जैसे-  $\sqrt{49} = (+7) \& (-7)$

**अभ्यास प्रश्न-**

- संख्या 2304 का वर्गमूल भागविधि से ज्ञात करें।
- संख्या 1064 का वर्गमूल गुणनखण्ड विधि से ज्ञात करें।
- तीन अंकों की सबसे बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या ज्ञात करें।
- 908 में कौन-सी न्यूनतम संख्या घटायी जाए कि वह पूर्ण वर्ग संख्या बन जाए।
- $\sqrt{(0.000216)}$  का मान ज्ञात करें।
- पाँच अंको की सबसे बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या क्या होगी।
- छः अंकों की सबसे छोटी पूर्ण वर्ग संख्या ज्ञात करें।
- एक बगीचे में जितनी ब्यारी हैं, उतने ही पेड़ एक ब्यारी में लगाए गए हैं, यदि कुल पेड़ 5929 हों तो बगीचे में कुल कितनी ब्यारियाँ हैं?



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 008/01 टॉपिक - वर्गमूल

**वर्गमूल ज्ञात करने की लघु विधि-**

सर्व प्रथम हम यह देखेंगे कि संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं-

(1) यदि संख्या के इकाई अंक पर 00, 1, 4, 5, 6 या 9 हो तब संख्या पूर्ण वर्ग हो सकती है।

(2) यदि संख्या के अंकों का योगफल 1, 4, 7 या 9 आये तो संख्या सदैव पूर्ण वर्ग ही होगी।

जैसे- 5789 संख्या का इकाई अंक 9 है, रब संख्या पूर्ण वर्ग हो सकती है।

$$5+7+8+9= 29$$

$$2+9= 11$$

$$1+1= 2$$

अतः संख्या पूर्ण वर्ग नहीं होगी।

3969 संख्या का इकाई अंक 9 है, पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है।

$$3+9+6+9= 27$$

$$2+7= 9$$

अतः संख्या एक पूर्ण वर्ग है।

$$\sqrt{3969}= 63$$

**3969 का वर्गमूल लघुविधि से ज्ञात करना-**

● सबसे पहले दी गयी संख्या का इकाई अंक देखें और उसे 1-10 तक के वर्ग से तुलना करें- जैसे- 3969 में इकाई अंक 9 है 3 या 7 के वर्ग में इकाई अंक 9 आता है।

● अब बाकी के अंकों को 1- 20 तक के वर्ग से तुलना करें यहाँ  $6^2 < 39 > 7^2$

अब हम यहाँ छोटे वर्ग वाली संख्या को चुनेंगे।

तो वर्गमूल का पहला अंक या दहाई अंक 6 होगा।

● दहाई अंक को उस से एक बड़े अंक से गुणा करें  $6 \times 7 = 42$  यहाँ  $39 < 42$ , 39 छोटा है 42 से तो हम 3 और 7 में से 3 को चुनेंगे।

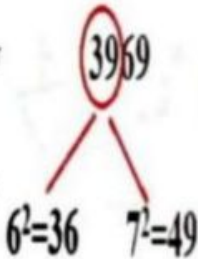
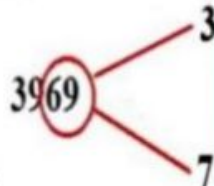
● अभिष्ट वर्गमूल  $\sqrt{3969}= 63$

**ऐसी संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करना जो पूर्ण वर्ग नहीं हैं-**

12 का वर्गमूल ज्ञात करना-

● सर्वप्रथम यह देखेंगे कि यह किस वर्ग संख्या के पास है।

● 12, 9 के पास है।



● 9 में 3 जोड़ने पर 12 प्राप्त होगा

● अब इस प्रकार लिख कर करेंगे देखें

$$\begin{array}{r} \sqrt{9} + 3 \\ 3 + \frac{3}{3 \times 2} \\ 3 + \frac{3}{6} \\ 3 + \frac{1}{2} \\ \frac{2 \times 3 + 1}{2} \\ 7 \\ \frac{7}{2} = 3.5 \end{array}$$

इसी प्रकार- 29 का वर्गमूल ज्ञात करेंगे

29, 25 के पास है

$$\sqrt{25} + 4$$

$$5 + 4/5 \times 2$$

$$5 + 4/10$$

$$5 + 2/5$$

$$27/5$$

$$= 5.4$$

$$\sqrt{29} = 5.4$$

**वर्गमूल से सम्बंधित कुछ विशेष प्रश्नों को हल करना-**

(1)  $\sqrt{12}-\sqrt{12}-\sqrt{12}-\dots$  का मान लघु विधि द्वारा ज्ञात करना-

● सर्वप्रथम 12 के ऐसे गुणनखण्ड देखते हैं जिनमें सिर्फ एक का अन्तर हो जैसे-  $3 \times 4$

● अब देखेंगे प्रश्न में - (घटाने) की संक्रिया हो रही है, इसलिए उपरोक्त प्रश्न का उत्तर 3 ही होगा।

(2) दो संख्याओं का योग 100 कि अन्तर 37 हो तब उनके वर्गों का अन्तर होगा-

$$(a+b)= 100$$

$$(a-b)= 37$$

$$a^2-b^2=(a+b).(a-b)$$

$$a^2-b^2= 100 \times 37$$

$$a^2-b^2= 3700$$

(3) यदि  $\sqrt{3}= 1.732$  हो तब  $1/\sqrt{3}$  का मान होगा-

$$\text{हल- } 1/\sqrt{3} \times \sqrt{3}/\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}/3 = 1.732/3$$

$$= 0.577$$

**अभ्यास प्रश्न**

(1)  $\sqrt{30}+\sqrt{30}+\sqrt{30}+\sqrt{30}.....$  का मान है-

(2) 28 का वर्गमूल ज्ञात करें।

(3)  $\sqrt{5}=2.2360$  हो तब  $\sqrt{180}-\sqrt{80}$  का मान ज्ञात करें।

(4) 1369 का वर्गमूल ज्ञात करें

(5) 1444 एक पूर्ण वर्ग संख्या है या नहीं।

(6) एक संख्या का इकाई अंक 9 है तथा सभी अंकों का योग 2 है, क्या संख्या एक पूर्ण वर्ग होगी?

(7)  $a^2+b^2=(a+b).(a-b)$ , यह सत्य है या असत्य

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 009/01 टॉपिक - घन

**घन-** जब किसी संख्या को स्वयं उसी संख्या से तीन बार गुणा किया जाए, तो प्राप्त गुणनफल उस संख्या का घन कहलाता है। जैसे-  $2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3$

1- 10 तक कि संख्याओं का घन-

|             |               |
|-------------|---------------|
| $1^3 = 1$   | $6^3 = 216$   |
| $2^3 = 8$   | $7^3 = 343$   |
| $3^3 = 27$  | $8^3 = 512$   |
| $4^3 = 64$  | $9^3 = 729$   |
| $5^3 = 125$ | $10^3 = 1000$ |

(1) 11 से 19 तक कि संख्याओं का घन ज्ञात करने की लघु विधि-

$12^3$  का मान ज्ञात करना-

● सर्वप्रथम 1 लिखें, फिर 2, उसके बाद 2 का वर्ग, उसके बाद 2 का घन

1 2 4 8

● 1 के नीचे \*, 2 के नीचे 2 का दोगुना, 4 के नीचे 4 का दोगुना, 8 के नीचे \*

1 2 4 8  
\* 4 8 \*

● अब इनका योग करें

1 2 4 8  
\* 4 8 \*

1 7 28

●  $12^3 = 1728$

(2) दो अंकों की ऐसी संख्याओं का घन ज्ञात करना जिनका इकाई का अंक 1 हो-

$31^3$  का घन ज्ञात करना

● अब दायी ओर से बायी ओर लिखेंगे- पहले 1, फिर 3, 3 का वर्ग, 3 का घन

27 9 3 1

● 27 के नीचे \*, 9 के नीचे 9 का दोगुना, 3 के नीचे 3 का दोगुना, 1 के नीचे \*

27 9 3 1  
\* 18 6 \*

● अब योग करेंगे, सिर्फ एक अंक लिखेंगे, अगले अंक को समापोजित करेंगे

27 9 3 1  
\* 18 6 \*

29791

●  $31^3 = 29791$

(3) ऐसी दो अंकों की संख्याओं का घन जिनके दोनों अंक समान हों-

$22^3$  का मान ज्ञात करना

● चार बार 2 का घन लिखेंगे

8 8 8 8

● मध्य के दो 8 के नीचे 8 का दोगुना लिखेंगे

8 8 8 8

\* 16 16 \*

● अब पूर्वानुसार योग करेंगे-

8 8 8 8

\* 16 16 \*

10648

●  $22^3 = 10648$

(4) दो अंकों की संख्याओं का घन ज्ञात करने की लघु विधि-

$43^3$  का घन सिर्फ 3 चरणों में ज्ञात करेंगे-

●  $4^3$  लिखेंगे,  $4^2 \times 3$  लिखेंगे,  $3^2 \times 4$  लिखेंगे,  $3^3$  लिखेंगे

64 48 36 27

● अब अगले चरण में 64 के नीचे \* 48 के नीचे 48 का दोगुना, 36 के नीचे 36 का दोगुना, 27 के नीचे \*

64 48 36 27  
\* 96 72 \*

● अब पूर्वानुसार योग करेंगे

64 48 36 27  
\* 96 72 \*

79 5 0 7

●  $43^3 = 79507$

**विशेष-**

● घन का इकाई अंक 1 से 9 तक कोई भी अंक हो सकता है।

● घनात्मक संख्या का घन घनात्मक, और ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक संख्या होगा।

**अभ्यास प्रश्न-**

(1)  $67^3$  का मान बताएं।

(2)  $55^3 = ?$

(3)  $76^3$  का इकाई का अंक कितना होगा?

(4)  $81^3$  और  $(-66)^3$  के घन का चिह्न घनात्मक होगा या ऋणात्मक?

(5)  $345^3$  का मान ज्ञात करें।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 009/02 टॉपिक - घनमूल

**घनमूल:** किसी दी गयी संख्या का घनमूल वह संख्या है जिसका पुनः घन करने पर दी गयी संख्या प्राप्त होती है।

जैसे- 8 का घनमूल  $= \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$   
 $\Rightarrow 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

1 से 10 तक की संख्याओं के घनमूल को याद करें जिससे बड़ी संख्याओं के घनमूल ज्ञात करने में आसानी होगी-

|                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| $\sqrt[3]{1} = 1$   | $\sqrt[3]{216} = 6$    |
| $\sqrt[3]{8} = 2$   | $\sqrt[3]{343} = 7$    |
| $\sqrt[3]{27} = 3$  | $\sqrt[3]{512} = 8$    |
| $\sqrt[3]{64} = 4$  | $\sqrt[3]{729} = 9$    |
| $\sqrt[3]{125} = 5$ | $\sqrt[3]{1,000} = 10$ |

1 से 10 तक के पूर्ण घन से एक महत्वपूर्ण गुण पता चलता है-

| संख्या | घन   | घनमूल का अन्तिम अंक |
|--------|------|---------------------|
| 1      | 1    | 1                   |
| 2      | 8    | 2                   |
| 3      | 27   | 3                   |
| 4      | 64   | 4                   |
| 5      | 125  | 5                   |
| 6      | 216  | 6                   |
| 7      | 343  | 7                   |
| 8      | 512  | 8                   |
| 9      | 729  | 9                   |
| 10     | 1000 | 0                   |

**गुणनखण्ड विधि से घनमूल ज्ञात करना-**

दी गयी संख्या का घनमूल ज्ञात करने के लिए दी गयी संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड करते हैं, प्राप्त गुणनखण्ड के 3-3 के जोड़े बना कर प्रत्येक जोड़े से 1-1 अंक लेकर उनका गुणा करते हैं, प्राप्त गुणनफल, दी गयी संख्या का अभीष्ट घनमूल होगा।

जैसे-

$$\begin{array}{r} 2 \quad 21952 \\ 2 \quad 10976 \\ 2 \quad 5488 \\ 2 \quad 2744 \\ 2 \quad 1372 \\ 2 \quad 686 \\ 7 \quad 343 \\ 7 \quad 49 \\ 7 \end{array}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 2^6 \times 7^3$$

$$\sqrt[3]{21952} = 28$$

**घनमूल ज्ञात करने की लघु विधि-**

4913 का घनमूल लघु विधि द्वारा ज्ञात करेंगे-

(1) दौंयीओर से तीन-तीन अंकों के समूह बनाते हैं-  
4, 913

(2) अब दौंयी ओर से प्रथम समूह को लें इसका अन्तिम अंक 3 है, अतः घनमूल का इकाई अंक 7 ही होगा।

(3) अब अगला समूह लें 4

अब ऐसा अधिकतम (बड़े से बड़ा) घन का पता लगाएं जिसे 4 से घटाने पर शून्य से बड़ा या बराबर का अंक प्राप्त हो।  
 $4-1^3=3$

(अगर 4 से  $2^3$  घटाते हैं तो  $4-8=-4 < 0$ )

(4) दहाई अंक 1 होगा

अभिष्ट वर्गमूल 17 होगा।

(2) 804357 का घनमूल ज्ञात करेंगे-

उपरोक्त चरणों का अनुसरण करेंगे-

# 804, 357

# इकाई अंक 7 है अतः इसके घनमूल का अंक 3 ही होगा।

$$\# 804 - 9^3 = 804 - 729 = 75 > 0$$

(अगर  $804 - 10^3 = -296 < 0$ )

# दहाई अंक 9 होगा

अभिष्ट वर्गमूल - 93

**दशमलव संख्याओं का घनमूल ज्ञात करना-**

# दी गयी दशमलव संख्या का दशमलव हटा कर संख्या का गुणनखण्ड विधि से घनमूल ज्ञात कर लेते हैं।

# अब दशमलव संख्या में 3-3 के जितने समूह बन रहे होते हैं, उतने ही अंकों बाद प्राप्त संख्या में दशमलव लगाते हैं।

# प्राप्त संख्या अभीष्ट घनमूल है।

$$\text{जैसे- } \sqrt[3]{0.000729} =$$

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt{9 \times 9 \times 9} = 9$$

$$\sqrt[3]{0.000729} = 0.09$$

**अभ्यास प्रश्न**

(1) 3375 का घनमूल ज्ञात करो।

(2)  $\sqrt[3]{8000} + 20 = ?$

(3)  $\sqrt[3]{0.027}$  का मान ज्ञात करें।

(4)  $\sqrt[3]{140608}$

(5)  $\sqrt[3]{125} \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{1000} \sqrt[3]{x}$

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 010/01 टॉपिक - घातांक

**घातांक-** किसी संख्या को उसी से जितनी बार गुणा किया जाता है तब जितनी बार गुणा किया गया है उसे उस संख्या का घातांक कहते हैं और वह संख्या जिसका गुणा किया जा रहा है आधार कहलाती है।  
जैसे -  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  को  $2^4$  के रूप में लिखते हैं  
यहाँ 2 आधार है तथा 4 घातांक है  
 $2^4$  को  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  का घातांकिय रूप भी कहा जाता है।

**घातांक के नियम-** घातांक के कुछ मुख्य नियम निम्न प्रकार हैं-

(1) घातांकीय गुणनफल-

अगर आधार एक समान हो, तब घातांको का योग हो जाता है

$$2^3 \times 2^4 \times 2^5 = 2^{3+4+5} = 2^{12}$$

(2) घातांकीय भाग- जब समान आधार वाले घातांकीय रूपों में भाग की संक्रिया हो रही हो तब अंश के घातांक से हर का घातांक घटा दिया जाता है।

$$2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

(3) घात की घात-

जब आधार की घात की भी घात हो, उसकी भी घात हो, सब घातों का आपस में गुणा हो जाता है।

$$\{(2^3)^4\}^5 = 2^{3 \times 4 \times 5} = 2^{60}$$

(4) गुणनफल की घात- जब अलग संख्याओं का आपस में गुणा हो रहा हो और उनकी घात एक समान हो तब संख्याओं का गुणनफल कर वही घात लगा देते हैं। जैसे-  $2^3 \times 4^3 \times 7^3 = (2 \times 4 \times 7)^3 = 56^3$

(5) व्युत्क्रम का नियम-

जब हम घातांकीय रूप का व्युत्क्रम लिखते हैं तब घात का चिह्न परिवर्तित हो जाता है।

ऋण का धन और धन का ऋण।

$$2^4 = 1/2^{-4}$$

(6) घातांक का शून्य नियम-

किसी भी संख्या की घात अगर शून्य है तब उसका मान सदैव 1 ही होगा-

$$2^0 = 1 \quad (2^0)^0 = 1$$

**घातांक के नियम-** a, b वास्तविक संख्याएं हैं तथा m, n धन पूर्णांक हैं।

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} & \left\{ \left( \frac{a}{b} \right)^m \right\} &= \frac{a^m}{b^m} \\ a^m \div a^n &= a^{m-n} & (a^m)^n &= a^{mn} \\ a^m \times b^m &= (ab)^m & \sqrt{a} &= a^{\frac{1}{2}} \\ a^0 &= 1 \end{aligned}$$

**कुछ प्रश्नों के हल को समझें-**

(1)  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  का घातांकीय रूप लिखना-

यहाँ हम देख रहे हैं कि 3 का गुणा छः बार हो रहा है अतः इसका घातांकी रूप  $= 3^6$  है।

(2)  $3^5 \times 1/3^2$  को हल करें-

इस प्रकार के प्रश्न हल करने के लिए भिन्न की व्युत्क्रम भिन्न के रूप में लिखते हैं, जिसमें घातांक का चिह्न बदल जाता है और अमान अपरिवर्तित रहता है-

$$3^5 \times 3^{-2} = 3^{5-2} = 3^3 = 9$$

(3)  $\{(5^3)^4\}^5$

घात की घात नियमानुसार समस्त घातों का गुणा हो जाएगा-

$$\{5^3\}^4 \times 5^5 = 5^{3 \times 4 \times 5} = 5^{60}$$

(4)  $(3/2)^3 \times (2/3)^4$

इस तरह के प्रश्नों में घात अंश और हर दोनों पर अलग-अलग लगायी जाती है-

$$= 3^3/2^3 \times 2^4/3^4$$

अब भिन्न को नियमानुसार हल कर लेंगे

$$= 2^{4-3}/3^{4-3}$$

जब गुणा हो रहा है तब जिनके आधार एक समान हैं, उनके घातांक को नियमानुसार बदल देंगे

$$= 2/3$$

(5) 10000000, 8000, 125 को घातांकीय रूप में लिखें-

$$10000000 = 10^7$$

$$8000 = 8 \times 1000 = 2^3 \times 10^3$$

$$125 = 5^3$$

**अभ्यास प्रश्न-**

(1)  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$  का घातांकीय रूप लिखें।

(2) 1000000 घातांकीय रूप लिखें।

(3)  $7^3 = 1/7^{-3}$  सही है या गलत?

(4)  $31^3 \times 31^4 = 31^7$  सही है या गलत?

(5)  $\{(8^4)^3\}$  का मान ज्ञात करें।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 010/02 टॉपिक - करणी

**करणी** - जिस संख्या का मूल पूर्णतः ज्ञात न किया जा सके उस संख्या को करणी (surds) कहते हैं।  
जैसे-  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[4]{4}$

**करणी के प्रकार-**

(1) शुद्ध करणी - ऐसी करणी जिसका परिमेय गुणनखण्ड एक हो, शुद्ध करणी कहलाती है।

जैसे-  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{7}$

(2) मिश्र करणी - ऐसी करणी जिसका गुणनखण्ड एक के अतिरिक्त कोई अन्य परिमेय संख्या हो, मिश्र करणी कहलाती है।

जैसे-  $5\sqrt{6}$ ,  $3\sqrt{10}$

(3) समरूप अथवा सजातीय करणी - जिन करणियों के अपरिमेय गुणनखण्ड समान होते हैं, समरूप या सजातीय करणी कहलाती है।

जैसे-  $\sqrt{7}$ ,  $2\sqrt{7}$ ,  $5\sqrt{7}$

(4) संयुग्मी करणी- द्विपद वाली ऐसी करणियों जिनके दोनों पद समान हों परन्तु दोनों करणियों में सिर्फ जोड़ और घटाव की संक्रिया का अन्तर हो।

जैसे-  $(4+\sqrt{5})$  और  $(4-\sqrt{5})$

**करणियों पर संक्रियाएं-**

(1) समान करणियों का जोड़-

$$\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$$

ऐसे प्रश्नों में तीनों पदों में  $\sqrt{5}$  है, अब हम देखेंगे कितने  $\sqrt{5}$  हैं-  
 $= 8\sqrt{5}$

(2) समान करणियों का घटाव-

$$9\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$$

दोनों पदों में  $\sqrt{7}$  है, अब 9 से 3 घटा देंगे  
 $= 6\sqrt{7}$

(3) समान करणियों का गुणन-

$$4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$$

4 का गुणा 2 से और  $\sqrt{3}$  का  $\sqrt{3}$  से गुणा करेंगे  
 $= 8 \times 3 = 24$

(4) समान करणियों का भाग-

$$8\sqrt{3} \div 4\sqrt{3}$$

समान करणी अंश और हर में है,  $\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 1$  होगा।

8 में 4 का भाग देने पर भागफल 2 आएगा

$$8\sqrt{3} \div 4\sqrt{3} = 2$$

**करणी के नियम-**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{p/q} = (a^p)^{1/q}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = a^{m/n}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

\* a और b वास्तविक संख्याएं हैं।

\* m, n धन पूर्णांक हैं।

**करणी घात का सरलतम रूप-**

करणी घात अपने सरलतम रूप में तब होती है जब-

(1) करणी घात n के करणी चिह्न के अन्दर करणी घात का कोई गुणनखण्ड किसी परिमेय संख्या का n वाँ घात न हो।

(2) करणी चिह्न के नीचे कोई भिन्न न हो

(3) करणी का करणी घात यथा सम्भव छोटा है-

$$\sqrt[4]{1250} = \sqrt[4]{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2} = 5 \sqrt[4]{2}$$

करणी की घात 4 के नीचे, करणी की घात 4 में गुणनखण्ड 5 है,  $5^4$  को करणी से बाहर लिखेंगे 5

तब  $\sqrt[4]{1250}$  का सरलतम रूप  $5 \sqrt[4]{2}$  है।

**अभ्यास प्रश्न**

(1)  $\sqrt[4]{10000} + \sqrt[4]{32}$  का मान ज्ञात करें?

(2)  $\sqrt[3]{56}$  का सरलतम मान ज्ञात करें।

(3)  $\sqrt[4]{216}$  और  $\sqrt[4]{13122}$  में कौन बड़ा है?

(4)  $5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$  का मान ज्ञात करें।

(5)  $X = (2 + \sqrt{9})(2 - \sqrt{9})$ , X का मान ज्ञात करें।

(5-) (5) 0 (6) 221E1A (E) L^cT (T) T1 (1)

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 011/01 टॉपिक - घातांक व करणी

**घातांक व करणी पर आधारित प्रतियोगी परीक्षाओं में आने वाले महत्वपूर्ण प्रश्न**

◆ (1)  $(1/2)^{-2} \times (1/3)^{-2} \times (1/4)^{-2}$

हल-प्रत्येक भिन्न के हर को घातांक रूप में लिखेंगे-  
 $= (2^{-1})^{-2} \times (3^{-1})^{-2} \times (4^{-1})^{-2}$   
 नियमानुसार घातों का गुणा हो जाएगा-  
 $= 2^2 \times 3^2 \times 4^2$   
 $= 4 \times 9 \times 16$   
 $= 576$

◆ (2)  $(-0.2)$ ,  $-(-0.2)^2$ ,  $-(-0.2)^4$ ,  $-(-0.2)^2$  में कौन सी संख्या सबसे छोटी है।

हल- सबसे बड़ी घात वाली संख्या  $-(-0.2)^4$  है, इसका आंशिक मान  $(0.2)^4 = 0.0016$ , आंशिक में के आधार पर यह सबसे छोटा है।  
 परन्तु यहाँ सभी मान ऋणात्मक हैं।  
 अतः  $-(-0.2)^4 = -0.0016$  सबसे बड़ा होगा।  
 तथा  $(-0.2)$  सबसे छोटा मान  
 $(-0.2) < -(-0.2)^2 < -(-0.2)^4 < (-0.2)^2$

◆ (3)  $(9^{-3} \times 16^{2/3})^{1/4}$  का मान ज्ञात करो-

$9^{-3} \times 16^{2/3}$   
 घातों का गुणा हो जाएगा  
 $= 9^{-3} \times 16^{2/3} \times 1/4$   
 $= 9^{-3/2} \times 16^{1/4}$   
 9 एवं 16 को घातांकीय रूप में लिखेंगे-  
 $= 3^2 \times 4^{-3/2} \times 2^4 \times 1/4$   
 $= 3^{-1} \times 2^1$   
 $= 2/3$

◆ (4) 390.758 का मानक रूप है

390.758  
 मानक रूप- दशमलव को एक अंक बाद लगाते हैं तथा जितने अंक दशमलव को समायोजित किया है उतनी ही 10 की घात लगाकर गुणा करते हैं-  
 $3.90758 \times 10^2$   
 यहाँ 2 अंक दशमलव समायोजित किया है इसलिए 10 की घात 2 से गुणा करेंगे।  
 390.758 का मानक रूप  $3.90758 \times 10^2$  है।

(2) 0.00234

$= 2.34 \times 10^{-3}$   
 यहाँ दशमलव दायीं ओर समायोजित किया गया है इसलिए 10 की घात ऋणात्मक होगी।

◆ (5)  $(^3\sqrt{6}\sqrt{2})^4 \times (^6\sqrt{3}\sqrt{2})^4$  का मान ज्ञात करो।

$(^3\sqrt{6}\sqrt{2})^4 \times (^6\sqrt{3}\sqrt{2})^4$   
 $= (^6\sqrt{2})^4 \times (^6\sqrt{2})^4$   
 $= ((2)^{1/3} \times 2^{1/2})^4 \times ((2)^{1/6} \times 2^{1/2})^4$   
 $= 2^2 \times 2^2$   
 $= 2^4$

◆ (6)  $(7^2)^5 \times (7^3)^2 \div (7^4)^3$  को हल करें।

$(7^2)^5 \times (7^3)^2 \div (7^4)^3$   
 $= 7^{10} \times 7^6 \div 7^{12}$   
 $= 7^{16-12}$   
 $= 7^4$

◆ (7)  $(2x)^0 \times (x)^2 \times (x)^3 / (x)^4$

$(2x)^0 \times (x)^2 \times (x)^3 / (x)^4$   
 $= 1 \times x^{2+3-4}$   
 $= x^1$

◆ (8) यदि  $\sqrt{3} = 1.732$  है, तो  $5\sqrt{27} - 2\sqrt{243} + 2\sqrt{3}$  का मान ज्ञात करो।

$5\sqrt{27} - 2\sqrt{243} + 2\sqrt{3}$   
 27 एवं 243 को घातांक रूप में लिखेंगे-  
 $= 5 \times \sqrt{3^3} - 2\sqrt{3^5} + 2\sqrt{3}$   
 सर्वप्रथम करणी हल करेंगे-  
 $= 5 \times 3\sqrt{3} - 2 \times 3^2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$   
 $= 15\sqrt{3} - 18\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$   
 सभी पदों में  $\sqrt{3}$  है, अतः  $\sqrt{3}$  उभयनिष्ठ लेंगे-  
 $= \sqrt{3}(15-18+2)$   
 अब  $\sqrt{3} = 1.732$  मान लिखेंगे-  
 $= 1.732(17-18)$   
 $= 1.732 \times (-1)$   
 $= -1.732$

**अभ्यास प्रश्न**

(1)  $(100)^{1/2} \times (1000)^{1/3} + [10^4]$

(2)  $^2\sqrt{5} \cdot ^3\sqrt{5}$  को सरल करें।

(3)  $^2\sqrt{4} \cdot ^3\sqrt{7^2} + ^4\sqrt{2} \cdot ^5\sqrt{7^2}$

(4)  $[(100)^2 + (544)^{1/4} \times (65)^{3/4}]^0$

(5)  $[(54)^{1/3}]^{1/4}$  का मान ज्ञात करें।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 011/02 टॉपिक - घातांक

संख्याओं को मानक रूप में लिखना  
Standard form/ वैज्ञानिक रूप नामों से भी जाने जाते हैं।

किसी संख्या को मानक रूप में लिखा माना जाता है जब  $c \times 10^n$  हो तथा  $1 < c < 10$  तथा  $n$  एक पूर्णांक हो।

जैसे- 32500 को मानक रूप में लिखना है-  
सर्वप्रथम इसे गुणनरूप में लिखेंगे-  
 $3.25 \times 10000$   
मानक रूप  
 $3.2 \times 10^4$

(1) अगर दशमलव दाएँ से बाँये जाए तब-

बाएँ  $\longleftarrow$  दाएँ

2437400000  
इस संख्या में दशमलव इकाई अंक बाद लगा है, अब दशमलव दाएँ से बाएँ जाएगा।  
जितने अंक दशमलव विस्थापित होगा वही 10 की घात होगी।  
जब दशमलव दाएँ से बाएँ जाता है तब 10 की घात धनात्मक होती है।  
 $= 2.437400000 \times 10^9$   
 $= 2.4374 \times 10^9$  (मानक रूप)

(2) जब दशमलव बाँये से दाँये जाए-

बाएँ  $\longrightarrow$  दाएँ

0.000573457  
इस संख्या में दशमलव बाएँ से दाएँ जाएगा।  
बाएँ से दाएँ जाने पर 10 की घात ऋणात्मक होती है दशमलव जितने अंक विस्थापित होता है, वही 10 की घात होगी।  
इस संख्या को मानक रूप में लिखते हैं-  
 $573457/1000000000$   
 $= (5.73457 \times 10^8) / 10^9$   
 $= 5.73457 \times 10^8 \times 10^{-9}$   
 $= 5.73457 \times 10^{-1}$   
 $= 5.73457 \times 10^{-1}$   
यहाँ दशमलव 4 अंक बाएँ से दाएँ आया है। इसलिए 10 की घात -4 होगी। अतः अब हम किसी भी 1 से छोटी संख्या को मानक रूप में लिखने के लिए 10 की घात ऋणात्मक लगाएंगे।

घातांक संख्याओं के गुणन प्रतिलोम ज्ञात करना -

◆ किसी संख्या का गुणन प्रतिलोम वह संख्या होती है जिसका उस संख्या से गुणा करने पर गुणनफल 1 प्राप्त होता है।

● घातांक संख्याओं का गुणन प्रतिलोम कैसे ज्ञात करेंगे समझते हैं-

★ जैसे -  $2^3$  का गुणन प्रतिलोम ज्ञात करना-  
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

8 का गुणन प्रतिलोम  $1/8$  होगा

$$1/8 = 1/2^3$$

$$= 2^{-3}$$

अतः  $2^3$  का गुणन प्रतिलोम  $2^{-3}$  होगा।

◆ घातांक संख्या का गुणन प्रतिलोम ज्ञात करने के लिए घात का चिह्न परिवर्तित कर देते हैं।

एक और उदाहरण देखते हैं-

★  $3^{-4}$  का गुणन प्रतिलोम ज्ञात करेंगे  
 $= 3^{-4}$

$$= 1/3^4$$

$$= 1/3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 1/81$$

$1/81$  का गुणन प्रतिलोम 81 होगा।

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^4$$

अतः  $3^{-4}$  का गुणन प्रतिलोम  $3^4$  है।

◆ दोनों उदाहरणों में हमने देखा -

अगर घात धनात्मक है तब गुणन प्रतिलोम में घात ऋणात्मक होगी

अगर घात ऋणात्मक है तब गुणन प्रतिलोम में घात धनात्मक होगी।

अभ्यास प्रश्न-

सत्य / असत्य बताएँ-

(1) किसी संख्या का मानक रूप 1 से छोटा होता है। ( )

(2) किसी संख्या का गुणन प्रतिलोम और संख्या का गुणा करने पर 1 प्राप्त होता है। ( )

(3) 568 का मानक रूप  $5.68 \times 10^2$  है। ( )

रिक्त स्थान भरें-

(1) 86273.34 का मानक रूप \_\_\_\_\_ है।

(2)  $7^{12}$  में \_\_\_\_\_ से गुणा करने पर 1 प्राप्त होगा।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित

क्रमांक - 012/01 टॉपिक - अनुपात

**अनुपात:-** गणित में अनुपात (रेशियो) समान प्रकार की दो संख्याओं के बीच सम्बन्ध को कहते हैं। प्रायः इसे "a सम्बन्ध b" या  $a:b$  कहते हैं। उदाहरण के लिये यदि दो पेड़ों की ऊँचाइयों का अनुपात 3:5 है तो इसका अर्थ है कि यदि पहले पेड़ की ऊँचाई 3 मीटर है तो दूसरे की ऊँचाई 5 मीटर होगी। अथवा पहले की ऊँचाई 9 मीटर हो तो दूसरे की 15 मीटर होगी।

(1) सरल अनुपात:- यदि किसी अनुपात की दोनों राशियाँ या संख्याएँ आपस में अभाज्य हो, तो यह सरल अनुपात कहलाता है। अर्थात् अनुपात की दोनों संख्याएँ एक दूसरे से भाग नहीं होनी चाहिए।  
जैसे- 2:3, 7:6

(2) मिश्रित अनुपात:- दो से अधिक अनुपात के पहले तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहा जाता है। इसमें अनुपात की पहली संख्याओं को आपस में गुना किया जाता है तथा दूसरी संख्याओं को आपस में गुना किया जाता है। जैसे:-  $a : b$  तथा  $c : d$  का मिश्रित अनुपात  $(ac : bd)$  होगा।

3. विलोमानुपात:- किसी भी अनुपात के अगले पद तथा पिछले पद को आपस में बदलकर प्राप्त किए गए अनुपात को विलोमानुपात कहा जाता है।  
जैसे- 2 : 3 का विलोमानुपात =  $1/2 : 1/3 = 3 : 2$

**विशेष बिन्दु:-**

◆ अनुपात सिर्फ एक संख्यात्मक संबंध है। इसकी कोई इकाई नहीं होती है।

◆ अनुपात का चिन्ह (:) होता है।

◆ दो राशियों या संख्याओं का अनुपात एक भिन्न के रूप में होता है। भिन्न में पहली राशि अंश तथा दूसरी राशि हर कहलाती है।

◆ गणित में अनुपात हमेशा दो संख्याओं को आपस में भाग करके ही प्राप्त होता है।

◆ किसी भी अनुपात के दोनों पदों को एक ही संख्या से गुणा या भाग करने पर प्राप्त अनुपात का मान अपरिवर्तित होता है।

◆ दो अनुपात तुल्य कहलाते हैं, यदि उनके संगत भिन्न तुल्य हो।

◆ साधारण भाषा में अनुपात एक भिन्न होता है।

◆ किसी अनुपात के दोनों पदों में एक ही संख्या जोड़ने या घटाने पर प्राप्त अनुपात का मान परिवर्तन हो सकता है।

◆ अनुपात हमेशा सजातीय राशियों का होता है। जैसे अगर 2 दिन का 8 घण्टे से अनुपात निकालना है तो इन दोनों राशियों में से घण्टे वाली को या तो दिन में बदलना होगा या फिर दिन वाली राशि को घण्टों में बदलना होगा। तभी इनका अनुपात ज्ञात किया जा सकता है।

4. वर्गानुपात:- यदि किसी अनुपात में संख्या को उसी संख्या से गुणा करने पर जो अनुपात प्राप्त होता है, उसे वर्गानुपात कहते हैं।  
जैसे:- 4 : 5 का वर्गानुपात  $4 \times 4 : 5 \times 5 = 16 : 25$  है।

5. वर्गमूलानुपात:- किसी भी अनुपात की राशियों का वर्गमूल निकाल कर जो संख्या प्राप्त होती है उनके अनुपात को वर्गमूलानुपात कहा जाता है।  
जैसे:- 4 : 9 का वर्गमूलानुपात  $\sqrt{4} : \sqrt{9} = 2 : 3$  होगा।

6. घनानुपात:- यदि किसी अनुपात की संख्याओं का घन करने के उपरांत प्राप्त संख्याओं का अनुपात घनानुपात कहलाता है। घन का मतलब उसी संख्या को 3 बार गुना करना होता है जैसे 2 का घन  $2 \times 2 \times 2 = 8$  होगा।  
जैसे:-  $a : b$  का घनानुपात  $a^3 : b^3$   
2 : 3 का घनानुपात = 8 : 27

7. घनमूलानुपात-किसी अनुपात की संख्याओं का घनमूल निकालकर प्राप्त संख्याओं का अनुपात घनमूलानुपात कहलाता है। जैसे 8 का घनमूलानुपात 2 होगा।  
जैसे:- 8 : 27 का घनमूलानुपात = 2 : 3

**अभ्यास प्रश्न-**

- (1) अनुपात कितने प्रकार के होते हैं?
- (2) 49:64 कैसा अनुपात है?
- (3) 21:22 का विलोमानुपात कितना होगा?
- (4) 4:7 और 3:11 का मिश्रित अनुपात ज्ञात करें।
- (5) 27:64 का सरल अनुपात कितना होगा?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 012/02 टॉपिक - अनुपात

जब दो राशियों के मध्य अनुपात ज्ञात करते हैं, तब प्रथम पद पूर्व पद तथा द्वितीय पद उत्तर पद कहलाता है।

$$\text{अनुपात} = \frac{\text{पूर्व पद}}{\text{उत्तर पद}} = \frac{\text{पक्षम पद}}{\text{द्वितीय पद}}$$

दोनों पदों के मान के आधार पर अनुपात के प्रकार-

(1) गुरु अनुपात:- जब पूर्व पद का मान, उत्तर पद के मान से बड़ा होता है।  
पूर्व पद > उत्तर पद  
7:4, इस अनुपात में 7 > 4

(2) लघु अनुपात- जब उत्तर पद का मान पूर्व पद के मान से बड़ा हो-  
पूर्व पद < उत्तर पद  
11:28, 11 < 28

(3) साम्यानुपात > दो समान राशियों के मध्य अनुपात में जब दोनों पद बराबर हों- पूर्व पद = उत्तर पद  
7:7, 4:4

अनुपात ज्ञात करते समय ध्यान देने योग्य बातें-

- (1) तुलना करते समय दोनों राशियों के मात्रक समान होने चाहिए।
- (2) दोनों राशियों के मात्रक को समान करने के लिए हमेशा बड़े मात्रक को छोटे मात्रक में बदलना सुविधाजनक होता है।
- (3) अभिष्ट उत्तर का कोई मात्रक नहीं होता है।

कुछ मुख्य मात्रक-  
1 मीटर = 100 सेमी०  
1 किलोग्राम = 1000 ग्राम  
1 लीटर = 1000 मिली०  
1 घण्टा = 60 मिन०

(1) 1 किग्रा का 600 ग्राम से अनुपात ज्ञात करना-

1 किग्रा : 600 ग्राम (तुलनात्मक राशियां आसमान हैं)

1 किग्रा को ग्राम में बदलेंगे- 1 किग्रा = 1000 ग्राम

1000 ग्राम : 600 ग्राम

= 10 : 6 (दोनों पदों में 2 से भाग देने पर)

5:3 घण्टा : 24 मिन०

यहाँ सर्वप्रथम घण्टा को मिनट में बदलेंगे-

1 घण्टा = 60 मिन०

4 घण्टा = 240 मिन०

= 240 : 24 (दोनों पदों में 24 से भाग देने पर)  
= 10 : 1 (अभिष्ट उत्तर)

(3) दो संख्याओं का अनुपात 3:5 है, तथा उनका योग 40 है, तब दोनों संख्याएँ ज्ञात करो।

हल- माना दोनों संख्याओं में समान अनुपात x है तब संख्याएँ 3x और 5x होंगी

प्रश्नानुसार- 3x + 5x = 40

8x = 40 (8 का पक्षान्तर करने पर दाएँ पद में 8 से भाग होगा)

x = 40/8

x = 5

तब दोनों संख्याएँ क्रमशः - 3x = 3 × 5 = 15

5x = 5 × 5 = 25

(4) 1000 को 7:3 के अनुपात में बाँटें।

हल- समान अनुपात = x

प्रथम भाग = 7x, द्वितीय भाग = 3x

तब- 7x + 3x = 10 x = 1000

x = 1000/10

x = 100

7x = 7 × 100 = 700

3x = 3 × 100 = 300

अभ्यास प्रश्न

(1) 200 को 8:7:5 के अनुपात में बाँटें।

(2) लघु अनुपात के दो उदाहरण लिखें।

(3) 5 घण्टा : 40 मिन० = ?

(4) x + y = 54, x:y = 5:4, x = ?, y = ?

(1) 80, 70, 50  
(2) 47, 35  
(3) 25, 18  
(4) 40, 14

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 013/01 टॉपिक - समानुपात

**समानुपात:** समानुपात शब्द 'सम' और 'अनुपात' के सहयोग से बना है इसमें सम का अर्थ समान या बराबर होता है। सरल भाषा में कहा जाए तो दो अनुपातों की बराबरी को समानुपात कहते हैं।  
 जैसे-  $a:b :: c:d$  या  $a/b = c/d$ , प्रथम पद: द्वितीय पद :: तृतीय पद: चतुर्थ पद

**अनुलोम समानुपात:-** यदि एक राशि के बढ़ने या घटने पर दूसरी राशि उसी अनुपात में बढ़ती या घटती है तो उन राशियों में अनुलोम या प्रत्यक्ष समानुपात होता है।

जैसे-  $2:3 :: 4:6 :: 6:9$

**उदाहरण-1** 1 kg चीनी का मूल्य 18₹ है तो 3kg चीनी का मूल्य कितना होगा?

3 kg का 54 ₹ होगा।

अब हम इस चित्र के माध्यम से समझेंगे सीधा समानुपात क्या है?

ध्यान दीजिए जैसे-जैसे चीनी के भार में वृद्धि होती है वैसे-वैसे ही चीनी के मूल्य में भी इस प्रकार से वृद्धि होती है कि इनका अनुपात अचर रहता है।

|                      |    |    |    |     |     |     |
|----------------------|----|----|----|-----|-----|-----|
| चीनी का भार (kg में) | 1  | 3  | 5  | 6   | 8   | 10  |
| मूल्य (₹ में)        | 18 | 54 | 90 | 108 | 144 | 180 |

Diagram showing the relationship between weight and price with multipliers: X3, X5, X6, X8, X10.

**प्रतिलोम समानुपात:-** यदि एक राशि के बढ़ने या घटने पर दूसरी राशि उसी अनुपात में घटती या बढ़ती है, किन्तु उनके मध्य समानुपात अपरिवर्तित रहता है, प्रतिलोम समानुपात कहलाता है।

**उदाहरण-** रीना 3 किमी/घण्टा की रफ्तार से अपने विद्यालय 30 मिनट में पहुँच जाती है। रीना अपने विद्यालय दौड़ कर, साइकिल से, कार से भी जा सकती है। संलग्न चित्र का अवलोकन करें-पाल बढ़ने पर समय कम हो रहा है।

|                   |          |        |     |      |
|-------------------|----------|--------|-----|------|
|                   | बैसाइकिल | साइकिल | कार | दूरी |
| समय (in hour में) | 3        | 6      | 9   | 45   |
| दूरी (km में)     | 30       | 15     | 10  | 2    |

Diagram showing the relationship between distance and time with multipliers: X3, X6, X9, X15.

**महत्वपूर्ण सूत्र**

- दो राशियों a और b का मध्यानुपाती =  $\sqrt{ab}$
- यदि a, b, c, d समानुपाती हो, अर्थात्  $a:b = c:d$  तो  $a \times d = b \times c$  से निम्नांकित सूत्र निकाले जा सकते हैं।

- $a = bc/d$  अर्थात् पहला पद = दूसरा पद × तीसरा पद / चौथा पद
- $b = ad/c$  अर्थात् दूसरा पद = पहला पद × चौथा पद / तीसरा पद
- $c = ad/b$  अर्थात् तीसरा पद = पहला पद × चौथा पद / दूसरा पद
- $d = bc/a$  अर्थात् चौथा पद = दूसरा पद × तीसरा पद / पहला पद
- यदि  $a:b, c:d$  तथा  $e:f$  तो इनका मिश्र अनुपात  $ace : bdf$
- x को  $a:b$  के अनुपात में बाँटना हो, तो  
 पहला भाग =  $a/a + b \times x$   
 दूसरा भाग =  $b/a + b \times x$

- x को  $a:b:c$  में बाँटना हो, तो  
 पहला भाग =  $a/a + b + c \times x$   
 दूसरा भाग =  $b/a + b + c \times x$   
 तीसरा भाग =  $c/a + b + c \times x$
- a, b का तृतीयानुपाती =  $b^2/a$  जहाँ a, b, c समानुपात में हों।

**विशेष बिन्दु-**

- प्रथम पद और चतुर्थ पद को बाह्य पद तथा द्वितीय और तृतीय पद को अंतः पद कहते हैं।
- समानुपात को :: से सूचित किया जाता है जिसका अर्थ समरूप होता है। जब भी हमें Smanupat का संकेत लिखना होता है तब हम :: इस चिन्ह का प्रयोग करते हैं।

**अभ्यास प्रश्न**

- सत्य/असत्य लिखें-
- (1) दो अनुपात अगर समान हैं, तब उन्हें समानुपात कहते हैं।
  - (2) समानुपात में प्रथम पद और द्वितीय पद बाह्य पद कहलाते हैं।
  - (3)  $3:5 :: 6:10 :: 9:15$  प्रत्यक्ष अनुपात का उदाहरण है।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

क्रमांक - 013/02 टॉपिक - समानुपात

**NMMS परीक्षाओं में आने वाले महत्वपूर्ण प्रश्न**

**प्रश्न 1 :-** 8 रुपये और 80 पैसे का अनुपात है -  
(A) 1 : 10 (B) 10 : 1 (C) 1 : 1 (D) 100 : 1

हल- इस प्रकार के साधारण प्रश्नों में सर्वप्रथम दी गयी राशि की इकाई को समान करते हैं-  
8 रुपये और 80 पैसे  
या तो दोनों को रुपये में लिखें या पैसे में।  
आसान विधि यह है कि बड़ी इकाई को छोटी इकाई में बदला जाए-  
8 रुपये को पैसे में बदलेंगे-  
1 ₹ = 100 पैसे  
 $8 \times 100 = 800$  पैसे  
 $800:80 = 80:8 = 10:1$   
उत्तर- (B)

**प्रश्न 2 :-** स्टील के एक फीते की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 10 m और 2.4 m हैं। लंबाई का चौड़ाई से अनुपात है -

(A) 5 : 12 (B) 25 : 6 (C) 625 : 6 (D) 1250 : 3

इस प्रश्न को देखें दोनों राशियों की इकाई समान है, किन्तु एक का मान दशमलव संख्या है उत्तर विकल्प में कोई भी दशमलव संख्या नहीं है अतः उत्तर ज्ञात करने के लिए बड़ी इकाई को छोटी इकाई में परिवर्तित करेंगे-

10 मीटर और 24 मीटर  
 $1 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$  [cm=सेंटीमीटर, m=मीटर]

10 मीटर =  $10 \times 1000$

= 10000 cm

24 m =  $24 \times 1000 = 2400 \text{ cm}$

$10000 : 2400 = 100:24 = 25 : 6$

उत्तर - (B)

**उदाहरण 3:** निम्नलिखित समानुपात में, बॉक्स की तुप्त संख्या ज्ञात कीजिए -

$$\square : 8 :: 12 : 32$$

हल:  $12 : 32 = \frac{12}{32} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{3}{8} = 3 : 8$

अतः  $\square : 8 = 3 : 8$  (दिया है)

अतः  $\square$  की तुप्त संख्या 3 है।

**प्रश्न 4 :-** आकृति में, छायांकित भाग का अछायांकित भाग से अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: छायांकित भाग में वर्गों की संख्या = 15

अछायांकित भाग में वर्गों की संख्या = 33

अतः, छायांकित भाग का अछायांकित भाग से अनुपात  
 $= 15 : 33 = \frac{15}{33} = \frac{5 \times 3}{11 \times 3} = \frac{5}{11}$

= 5 : 11



**प्रश्न 5 :-** 48 किमी प्रति घण्टा की चाल से चलकर एक कार किसी दूरी को 10 घण्टे में तय करती है। उसी दूरी को मात्र 8 घण्टे में तय करने के लिए कार की चाल क्या होगी?

हल :

माना कार की चाल = x किमी० प्रति घण्टा

|             |                  |
|-------------|------------------|
| समय (घण्टे) | चाल (किमी/घण्टा) |
| 10          | 48               |
| 8           | x                |

$10 : 8 :: x : 48$   
 $\Rightarrow 8 \times x = 10 \times 48$   
 $\Rightarrow x = \frac{10 \times 48}{8} = 60$  किमी/घण्टा

अतः कार की चाल = 60 किमी/घण्टा।

**प्रश्न 6 :-** एक रेलगाड़ी 315 मीटर लम्बी है। 54 किमी प्रति घण्टा की चाल से वह एक खम्भे को कितने समय में पार करेगी?

हल : माना 315 मीटर दूरी रेलगाड़ी तय करेगी = x सेकंड में

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| 1 किमी० = 1000 मीटर, |             |
| 1 घण्टा = 3600 सेकंड |             |
| दूरी (मीटर)          | समय (सेकंड) |
| 54000                | 3600        |
| 315                  | x           |

$\therefore 54000 : 315 :: 3600 : x$

$\Rightarrow 54000 \times x = 315 \times 3600$

$\Rightarrow x = \frac{315 \times 3600}{54000} = 21$  सेकंड

अतः रेलगाड़ी खम्भे को पार करेगी - 21 सेकंड में।

**अभ्यास प्रश्न**

(1)  $81:108 :: 3 : x$  (x का मान ज्ञात करें)

(2)  $33:x :: 3 : 11$  (x का मान ज्ञात करें)

(3)  $21:6 :: 35:10$  (सत्य/ असत्य)

(4)  $89 :: 24:27$  (सत्य/ असत्य)

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
जूनियर स्तर क्रमांक - 014/01 टॉपिक - प्रतिशतता

**प्रतिशत:-** प्रतिशत का शाब्दिक अर्थ 'प्रति सैकड़' या 'शतांश' या 'सौवें' हैं।  
दूसरे शब्दों में " प्रतिशत एक भिन्न हैं जिसका हर 100 होता है और भिन्न का अंश प्रतिशत की दर कहलाता है इसे प्रायः % चिन्ह द्वारा दर्शाया जाता है।"

- ◆ "प्रतिशत दो शब्दों प्रति एवं शत से मिलकर बना है जिसका अर्थ है 'प्रत्येक सौ में से' 7 % का अर्थ है प्रत्येक सौ में 7 यानि  $7/100$
- ◆ इसे प्रायः % द्वारा प्रदर्शित किया जाता है इसकी कोई इकाई जैसे रु, मीटर, किलोग्राम, लीटर आदि नहीं होती हैं।

■ प्रतिशत को भिन्न में बदलना :-

★ किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग दिया जाता है तथा प्रतिशत का संकेत % हटा दिया जाता है।

जैसे-  $35\% = 35/100 = 7/20$   
 $48\% = 48/100 = 12/25$   
 $72\% = 72/100 = 18/25$   
 $64\% = 64/100 = 4/250$   
 $80\% = 80/100 = 4/5$

■ भिन्न को प्रतिशत में बदलना :-

★ किसी साधारण भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए दिए गए भिन्न को 100 से गुणा करके प्राप्त राशि में प्रतिशत का संकेत % लगा दिया जाता है।

जैसे -  $14/5 = 4/5 \times 100 = 80\%$   
 $2/3 = 2/3 \times 100 = 22\frac{2}{3}\%$   
 $7/10 = 7/10 \times 100 = 70\%$   
 $2/5 = 2/5 \times 100 = 40\%$   
 $7/4 = 7/4 \times 100 = 175\%$

■ प्रतिशत को दशमलव में बदलना :-

★ प्रतिशत को दशमलव में बदलने के लिए, % चिह्न हटाकर 100 से भाग कर देते हैं।

या

★ प्रतिशत को दशमलव में बदलने के लिए प्रतिशत के संकेत को हटाकर प्रतिशत वाली संख्या को लिखकर दाहिनी ओर से दो अंको के बाद दशमलव संकेत (.) लगा दिया जाता है।

जैसे -  $18\% = 18/100 = 0.18$   
 $274\% = 274/100 = 2.74$

■ दशमलव को प्रतिशत में बदलना :-

दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए सबसे पहले दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदल दिया जाता है, साधारण भिन्न को 100 से गुणा करके प्राप्त राशि में प्रतिशत का संकेत प्रतिशत लगा दिया जाता है।  
जैसे-  $0.18 = (18/100) \times 100 = 18\%$

$1.128 = (1128/1000) \times 100 = 112.8\%$   
 $3.44 = (344 / 100) \times 100 = 344\%$   
 $5.25 = (525/100) \times 100 = 525\%$   
 $7.342 = (7342 / 1000) \times 100 = 734.2\%$

■ X का Y% कितना होगा?

$= x \times y / 100$

जैसे - 500 का 20% क्या होगा।  
हल :-  $(500 \times 20) / 100 = 100$  रुपये।

■ X, Y, का कितने प्रतिशत होगा-

$(X \times 100) / Y$  प्रतिशत होगा।

जैसे - 20, 25 का कितना प्रतिशत होगा।  
हल :- अभीष्ट प्रतिशत =  $(20 \times 100) / 25 = 80\%$

अभ्यास प्रश्न

- (1) 34% को भिन्न में बदलें।
- (2) 300 का 15%, 45 होगा।। (सत्य/असत्य)
- (3) 43.52% का भिन्न रूप ज्ञात करें।
- (4) 4.6% का साधारण भिन्न में मान क्या होगा?
- (5) भिन्न  $3/4$  को प्रतिशत में बदलें।
- (6) ₹34 का 15% कितना होगा?
- (7) यदि 450 में से 30% आम खराब हैं तो कितने आम अच्छी स्थिति में हैं?
- (8) 40% का 50% कितना होगा?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 014/02 टॉपिक - प्रतिशत

प्रतियोगी परीक्षाओं में आने वाले कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न

◆ यदि 450 आम में से 30% खराब हैं, तो अच्छी स्थिति में कितने आम हैं?

इस प्रकार के प्रश्न को हल करने के लिए, अच्छी स्थिति में शेष आमों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे-

कुल आम- 450

खराब आमों का प्रतिशत = 30 %

अच्छे आमों का प्रतिशत = 100% - 30% = 70 %

450 का 70% =  $450 \times 70 / 100$   
=  $45 \times 7 = 315$

उत्तर- 315 आम अच्छी स्थिति में हैं।

◆ यदि किसी भिन्न के अंश में 25 % की वृद्धि की जाए तथा उसके हर में 20% की कमी करने पर प्राप्त भिन्न  $5/8$  है, तब मूल भिन्न होगी?

हल- माना मूल भिन्न  $x/y$  है

प्रश्नानुसार-

$(x + x \text{ का } 25\%) / (y - y \text{ का } 20\%) = 5 / 8$

$(x + x \times 25/100) / (y - y \times 20 / 100) = 5 / 8$

$(x + x \times 1/4) / (y - y/5) = 5/8$

$(5x/4) / (4y/5) = 5/8$

$5 \times 5 \times x / 4 \times 4y = 5/8$

$25x/16y = 5/8$

$x/y = 5 \times 16 / 8 \times 25$

$x/y = 2/5$

◆ प्रतिशत वृद्धि और ब्याज का सूत्र (percentage increase and interest formula)

नया मूल्य = मूल मूल्य + प्रतिशत वृद्धि  $\times$  मूल मूल्य / 100

उदाहरण

500 रुपये को एक ऐसे बैंक में रखा जाता है जहाँ प्रतिवर्ष 6% ब्याज मिलता है। 1 वर्ष के बाद बैंक में राशि निकालें।

दूसरे शब्दों में, पुराना मूल्य 500 रुपये है और इसे 6% बढ़ाया गया है।

इसलिए, नया मूल्य =  $500 + 6 \times 500 / 100$   
=  $500 + 30 = 530$  ₹

◆ प्रतिशत कम हो जाने का सूत्र - Percentage Decrease Formula

नया मान = मूल मूल्य - प्रतिशत की कमी  $\times$  मूल मूल्य / 100

◆ प्रतिशत परिवर्तन फार्मूला - Percentage Change Formula

% परिवर्तन =  $\frac{\text{नया मूल्य} - \text{मूल मूल्य}}{\text{मूल मूल्य}} \times 100$  / मूल कीमत

जैसे, सेब की कीमत 48 पैसे से 67 पैसे हो जाती है। कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई है?

हल-

% परिवर्तन =  $\frac{67 - 48 \times 100}{48}$   
= 39.58%

◆ प्रतिशत त्रुटि सूत्र - Percentage Error Formula

% त्रुटि =  $\frac{\text{त्रुटि} \times 100}{\text{वास्तविक कीमत}}$

रीमा ने अपनी पाठ्यपुस्तक की लंबाई 20 सेमी० मापी। यदि लम्बाई वास्तव में 17.6 सेमी० है, तो रीमा की गणना में प्रतिशत त्रुटि क्या है?

हल-

इसमें रीमा द्वारा मापने में 24 सेमी० की त्रुटि हुई है तब,  
% त्रुटि =  $\frac{24 \times 100}{17.6} = 13.64\%$

◆ असली कीमत सूत्र - Percentage Original Value Formula

मूल मूल्य (original value) =

$\frac{\text{नया मूल्य} \times 100}{100 + \% \text{ परिवर्तन}}$

उदाहरण

अमीश स्टैंप कलेक्शन खरीदता है और 2700 में बेचकर 35% का लाभ कमाता है। स्टैंप कलेक्शन की लागत ज्ञात कीजिए।

यह मूल मूल्य है जिसे हम ढूँढना चाहते हैं, इसलिए उपरोक्त सूत्र का उपयोग किया जाता है।

हल-

$\frac{2700 \times 100}{100 + 35} = 2000$

मूल कीमत या मूल्य = ₹ 2000

(1) एक किताब की कीमत 40 ₹ से 45 ₹ हो गयी। किताब के मूल्य में कितने % की वृद्धि या कमी हुयी?

(2) एक साड़ी का मूल्य 1100 ₹ है। साड़ी की मूल्य में 11% वृद्धि करने पर नया मूल्य क्या होगा?

(3) मानव की लम्बाई 6.3 फीट है, लम्बाई नापी गयी तो 5.11 फीट आयी। मानव की लम्बाई में कितने % की त्रुटि हुयी?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
जूनियर स्तर क्रमांक - 015 टॉपिक - प्रतिशत

प्रतियोगी परीक्षाओं में आने वाले कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न

◆ यदि 450 आम में से 30% खराब हैं, तो अच्छी स्थिति में कितने आम हैं?

इस प्रकार के प्रश्न को हल करने के लिए, अच्छी स्थिति में शेष आमों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे-

कुल आम- 450

खराब आमों का प्रतिशत = 30 %

अच्छे आमों का प्रतिशत = 100% - 30% = 70 %

450 का 70% =  $450 \times 70 / 100$   
=  $45 \times 7 = 315$

उत्तर- 315 आम अच्छी स्थिति में हैं।

◆ यदि किसी भिन्न के अंश में 25 % की वृद्धि की जाए तथा उसके हर में 20% की कमी करने पर प्राप्त भिन्न  $5/8$  है, तब मूल भिन्न होगी?

हल- माना मूल भिन्न  $x/y$  है

प्रश्नानुसार-

$$(x + x \text{ का } 25\%) / (y - y \text{ का } 20\%) = 5 / 8$$

$$(x + x \times 25/100) / (y - y \times 20/100) = 5 / 8$$

$$(x + x \times 1/4) / (y - y/5) = 5/8$$

$$(5x/4) / (4y/5) = 5/8$$

$$5 \times 5x / 4 \times 4y = 5/8$$

$$25x/16y = 5/8$$

$$x/y = 5 \times 16 / 8 \times 25$$

$$x/y = 2/5$$

◆ प्रतिशत वृद्धि = (मान में हुयी वृद्धि / मूल मान)  $\times 100$

उदाहरण-

राम का वेतन 100 ₹ से बढ़कर, 125 ₹ हो जाता है। उसके वेतन में प्रतिशत वृद्धि बताएं।

हल- प्रतिशत वृद्धि = (मान में हुयी वृद्धि / मूल मान)  $\times 100$   
=  $(125-100/100) \times 100$   
=  $(25/100) \times 100$   
=  $(1/4) \times 100$   
= 25%

◆ प्रतिशत कमी- (मान में हुयी कमी / मूल मान)  $\times 100$

उदाहरण- राम का वेतन 100 ₹ से हटकर 50 ₹ रह जाता है। उसके वेतन में कितने प्रतिशत की कमी आयी?

हल- प्रतिशत कमी = (मान में हुयी कमी / मूल मान)  $\times 100$

$$\text{प्रतिशत कमी} = [(100-50)/100] \times 100$$
$$= (50/100) \times 100$$
$$= 50\%$$

◆ किसी वस्तु के मूल्य को पहले 20% बढ़ाया जाता है फिर 20% कम कर दिया जाता है। मूल्य में कितने प्रतिशत वृद्धि या कमी हुयी?

जब मान में जितनी वृद्धि की जाए उतनी ही प्रतिशत कमी जाए तब प्रतिशत कमी =  $(x^2/100)$

$$\text{वस्तु के मूल्य में प्रतिशत कमी} = 20 \times 20 / 100$$
$$= 4\%$$

◆ 25 विद्यार्थियों की कक्षा में 68% विद्यार्थी उपस्थित हैं तब अनुपस्थित शिक्षार्थियों की संख्या बताओ।

विद्यार्थियों की संख्या = 25

उपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत = 68%

अनुपस्थिति विद्यार्थियों का प्रतिशत =  $100-68=32\%$

25 का 32% =  $25 \times 32/100 = 8$  बच्चे

25 में से 8 बच्चे अनुपस्थित हैं।

अभ्यास प्रश्न-

- (1) एक किताब की कीमत 40 ₹ से 45 ₹ हो गयी। किताब के मूल्य में कितने % की वृद्धि या कमी हुयी?
- (2) एक साड़ी का मूल्य 1100 ₹ है। साड़ी की मूल्य में 11% वृद्धि करने पर नया मूल्य क्या होगा?
- (3) मानव की लम्बाई 6.3 फीट है, लम्बाई नापी गयी तो 5.11 फीट आयी। मानव की लम्बाई में कितने % की त्रुटि हुयी?
- (4) एक दुकान के मूल्य में पहले 43% की वृद्धि की गयी उसके बाद 43% की कमी की गयी, दुकान के मूल्य में कितने % वृद्धि या कमी हुयी?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद

क्रमांक - 016

विषय - गणित

टॉपिक - ब्याज (साधारण ब्याज)

◆ ब्याज क्या है ?

जब हम किसी व्यक्ति या बैंक से रुपये उधार लेते हैं तो हमें उस धन का प्रयोग करने के लिए जो किराया या जो अतिरिक्त धनराशि देनी पड़ती है, उसे ब्याज कहते हैं।

**साधारण ब्याज (S.I.)** - यदि सम्पूर्ण ऋण अवधि में मूलधन समान रहे, तो उस राशि पर लगने वाला ब्याज साधारण ब्याज कहलाता है।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

**मूलधन (P)** - वह धन जो उधार लिया गया है।

**दर (r)** - प्रति सैकड़ा पर निर्धारित अवधि में मिलने वाले ब्याज को ब्याज की दर कहते हैं।

**समय (t)** - वह समय, जितने समय के लिए उधार लिया गया है।

**मिश्रधन (Amount) (A)** :-

ब्याज सहित मूलधन को मिश्रधन कहते हैं, इसे A से व्यक्त किया जाता है।

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

मिश्रधन, मूलधन, समय, मिश्रधन तथा ब्याज की दर निकालने के लिए निम्न सूत्र :-

★ साधारण ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

अर्थात  $[I = A - P]$

★ मूलधन = मिश्रधन - साधारण ब्याज

अर्थात  $[P = A - I]$

★ मूलधन = साधारण ब्याज  $\times 100$  / समय  $\times$  ब्याज की दर

अर्थात  $[P = (I \times 100) / R \times T]$

मिश्रधन = मूलधन + साधारण ब्याज

अर्थात  $[A = P + I]$

★ मिश्रधन = मूलधन  $\times (100 +$  ब्याज की दर समय)

अर्थात  $[A = P \times (100 + R)]$

★ समय = साधारण ब्याज  $\times 100$  / मूलधन  $\times$  ब्याज की दर

अर्थात,  $[T = (I \times 100) / (P \times R)]$

★ ब्याज की दर = साधारण ब्याज  $\times 100$  / मूलधन  $\times$  समय

अर्थात,  $[R = (I \times 100) / (P \times T)]$

**Note**:- साधारण ब्याज के संकेत अर्थ -

**I** = Interest (ब्याज)

**P** = Principal (मूलधन)

**R** = Rate of Interest (ब्याज दर)

**T** = Time (समय)

**A** = Amount (मिश्रधन)

● ब्याज वाले अधिकतर प्रश्नों में समय सप्ताह, महीने, तिमाही, छमाही आदि के रूप में होते हैं। जिसे सरलता से व्यक्त करने के लिए निम्न रूप का प्रयोग किया जाता है-

**Note**:-

★ माह को वर्ष में बदलने के लिए 12 से भाग दें

★ तिमाही से वर्ष में बदलने के लिए 4 से भाग दें

★ छमाही से वर्ष में बदलने के लिए 2 से भाग दें

★ सप्ताह को महीने में बदलने के लिए 4 से भाग दें

★ दिन को वर्ष में बदलने के लिए 365 से भाग दें।

**प्रश्न.1**:- 1000 रुपए की राशि 20 प्रतिशत वार्षिक दर से 4 वर्षों के लिए उधार दी जाए तो साधारण ब्याज क्या होगा?

**हल**:- प्रश्नानुसार-

साधारण ब्याज = मूलधन  $\times$  समय  $\times$  दर / 100

= 1000  $\times$  20  $\times$  4 / 100

= 800

उत्तर- 800₹ साधारण ब्याज

**प्रश्न.2** 2500 रुपए का 5 प्रतिशत वार्षिक दर 219 दिन का साधारण ब्याज और मिश्रधन कितना होगा?

**हल**:- प्रश्नानुसार,

219 दिन = 219 / 365 वर्ष

साधारण ब्याज =  $(P \times R \times T) / 100$

=  $(2500 \times 5 \times 219) / (100 \times 365)$

= 75 ₹

मिश्रधन = मूलधन + साधारण ब्याज

= 2500 + 75 = 2575 ₹ उत्तर- 2575 ₹

**अभ्यास प्रश्न**

(1) 1 वर्ष में कितनी छमाही (6 months) होती हैं?

(2) 1 वर्ष में कितनी तिमाही (quarter) 4 months होती हैं?

(3) साधारण ब्याज (simple intrest)

=  $P \times R \times T / 100$  में P, R, T क्या हैं?

(4) 2800 रु. की राशि पर 6% प्रतिवर्ष की दर से 5 वर्ष में साधारण ब्याज हैं?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक **मिशन शिक्षण संवाद** विषय - गणित  
**जूनियर स्तर** क्रमांक - 017 टॉपिक - ब्याज

ब्याज से सम्बन्धित महत्वपूर्ण प्रश्न

1) सुमित अपने दोस्त राहुल को 6% प्रति वर्ष की दर से ₹ 7500 का उधार देता है। यदि राहुल उधार आठ वर्ष बाद चुकता है तो साधारण ब्याज कितना होगा ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - 7500 ₹  
R - 6%  
T - 8 वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100} = \frac{7500 \times 6 \times 8}{100} \\ = 75 \times 6 \times 8 = 3600 \text{ ₹}$$

2) निर्वेश खेती के लिए ₹ 10000 बैंक से लोन लेता है। बैंक की वार्षिक ब्याज दर 6% है। यदि निर्वेश 9 महीने में ही लोन चुकाना चाहता है तो बैंक उससे कितना ब्याज लेगा ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - 10000 ₹  
R - 6%

$$T - 9 \text{ माह} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ वर्ष} \\ \text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100} = \frac{10000 \times 6 \times \frac{3}{4}}{100} \\ = 100 \times 6 \times \frac{3}{4} = 25 \times 6 \times 3 = 450 \text{ ₹}$$

3) किस ब्याज दर से ₹ 100 की राशि ₹ 200 हो जाएगी, यदि समय 10 वर्ष का हो ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - 100 ₹  
R - r%  
T - 10 वर्ष  
A - 200 ₹

$$\text{साधारण ब्याज} = A - P = 200 - 100 = 100 \text{ ₹} \\ \text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100} \\ R = \frac{\text{साधारण ब्याज} \times 100}{PT} \\ = \frac{100 \times 100}{100 \times 10} \\ = 10\% \\ r\% = 10\%$$

4) ₹ 50000 की राशि कितने वर्षों में ₹ 80000 हो जाएगी, यदि यह 6% की वार्षिक दर से बढ़े ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - 50000 ₹  
R - 6%  
T - t वर्ष

$$A - 80000 \text{ ₹} \\ S.I. = A - P = 80000 - 50000 = 30000 \text{ ₹} \\ S.I. = \frac{PRT}{100} \\ T = \frac{S.I. \times 100}{PR} \\ = \frac{30000 \times 100}{50000 \times 6} \\ = \frac{300}{6} = 50 \text{ वर्ष} \\ t = 50 \text{ वर्ष}$$

5) किसी राशि को 10 वर्ष में तीन गुणा करने के लिए सरलतम ब्याज की दर क्या होनी चाहिए ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - p ₹  
R - r %  
T - 10 वर्ष  
A - 3p ₹ (मूलधन को 10 वर्ष में 3 गुणा करना है)

$$S.I. = A - P = 3p - p = 2p \text{ ₹} \\ S.I. = \frac{PRT}{100} \\ R = \frac{S.I. \times 100}{PT} \\ r\% = \frac{2p \times 100}{p \times 10} \text{ (p से p कट जाएगा)} \\ r\% = 20\%$$

(6) यदि ₹ 1 पर 1 माह का साधारण ब्याज 1 पैसा है, तो वार्षिक दर प्रतिशत कितना होगा ?

हल- प्रश्नानुसार  
P - 1 ₹  
R - r%  
T - 1 माह =  $\frac{1}{12}$  वर्ष  
S.I. - 1 पैसा =  $\frac{1}{100}$  ₹  
S.I. =  $\frac{PRT}{100}$   
R =  $\frac{S.I. \times 100}{PT}$   
r% =  $\frac{[\frac{1}{100}] \times 100}{1 \times (\frac{1}{12})}$   
=  $\frac{1}{1} \times (\frac{1}{12})$   
=  $\frac{1 \times 12}{1} = 12\%$   
r% = 12%

अभ्यास प्रश्न

- 1) सुमित अपने दोस्त राहुल को 6% प्रति वर्ष की दर से ₹ 7500 का उधार देता है। यदि राहुल उधार आठ वर्ष बाद चुकता है तो साधारण ब्याज कितना होगा ?  
2) वार्षिक ब्याज की दर ज्ञात करें, यदि ₹ 5000 की राशि 5 वर्षों में ₹ 8000 हो जाती है ?



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद  
क्रमांक - 18

विषय - गणित

टॉपिक - चक्रवृद्धि ब्याज

**चक्रवृद्धि ब्याज** जब एक निश्चित समय के बाद दिया जाने वाला ब्याज जमाकर्ता को न देकर मूलधन में जोड़ दिया जाता है और प्राप्त मिश्रधन पर ब्याज लगाया जाता है तो इस प्रकार प्राप्त ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left[ \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^t - 1 \right]$$

$$\text{मिश्रधन} = P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^t$$

जहाँ :-

C.I. = चक्रवृद्धि ब्याज

A = मिश्रधन,

P = मूलधन,

r = ब्याज की वार्षिक दर,

n = एक वर्ष में कुल ब्याज की संख्या

t = कुल समय (वर्ष में)

चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = (1 + \text{दर} / 100)^{\text{समय}} - \text{मूलधन}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} [(1 + \text{दर} / 100)^{\text{समय}} - 1]$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times (1 + \text{दर} / 100)^{\text{समय}}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

**Q.1 800 रुपये पर 5% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करें?**

हल:- प्रश्नानुसार,

मूलधन = ₹ 800

दर = 5%

समय = 2 वर्ष

चक्रवृद्धि ब्याज = ?

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \times [(1 + \text{दर}/100)^{\text{समय}} - \text{मूलधन}]$$

$$C.I. = P \times [(1 + r/100)^n - P]$$

$$= 800 \times (1 + 5/100)^2 - 800$$

$$= 800 \times 21/20 \times 21/20 - 800$$

$$= 441 \times 2$$

$$= 882 - 800$$

$$= 82$$

$$\text{Ans. ₹ 82}$$

वार्षिक: ब्याज वार्षिक संयोजित कर मूलधन में जोड़ा जाता है.

छमाही: ब्याज छमाही संयोजित कर मूलधन में जोड़ा जाता है.

तिमाही: ब्याज तिमाही संयोजित कर मूलधन में जोड़ा जाता है.

ध्यान रहे:-

जब ब्याज छमाही संयोजित होता है, तो  $r = R / 2$ ,  
 $n = 2T$

ब्याज जब तिमाही संयोजित होता है, तो  $r = R / 4$ ,  $n = 4T$

### अभ्यास प्रश्न

Q.1 1000 रुपये पर 10% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करें?

Q.2 16000 रुपये पर तीन वर्ष के अंत में 5 प्रतिशत प्रतिवर्ष की दर से कुल चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा?

Q.3 12000 रुपए की एक राशि 8% दर से 2 वर्ष के लिए उधार दी गई बताइए चक्रवृद्धि और मिश्रधन की राशि क्या हैं?

Q.4 20,000 रुपए की एक राशि 12% दर से 2 वर्ष के लिए उधार दी गई बताइए चक्रवृद्धि ज्ञात कीजिए?

Q.5 50000 रु. की धनराशि पर 8% वार्षिक की दर से 2 वर्ष की अवधि के लिए चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?

Q.6 8% वार्षिक की दर से 6400 रु. की राशि का दो वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?

उत्तर 6. 1064.94

उत्तर 5. ₹ 8320

उत्तर 4. ₹ 5088

उत्तर 3. ₹ 13966.8

उत्तर 2. ₹ 2522

उत्तर 1. ₹ 210

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित

क्रमांक - 19

टॉपिक - चक्रवृद्धि ब्याज

### चक्रवृद्धि ब्याज पर आधारित महत्वपूर्ण प्रश्न

(1) ₹ 3000 का 20% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

हल-

$$\begin{aligned} P &= ₹ 3000, r = 20\%, t = 2 \text{ वर्ष} \\ \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &=? \\ \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= P [1 + r/100]^t \\ &= 3000 \times [1 + 20/100]^2 \\ &= 3000 \times [1 + 1/5]^2 \\ &= 3000 \times [6/5]^2 \\ &= 3000 \times 6/5 \times 6/5 \\ &= ₹ 43200 \end{aligned}$$

(2) कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज पर 3 वर्ष में अपने का 3 गुना हो जाता है, वही धन उसी दर से कितने वर्षों में 9 गुना हो जाएगा?

प्रश्न हल करने से पूर्व इसकी अवधारणा को समझेंगे-  
माना कोई धन  $t_1$  वर्ष में  $n$  गुना हो जाता है।  
वही धन  $t_2$  वर्ष में  $m$  गुना हो जाता है।  
यहाँ  $m = n^n$  होगा।  
माना कोई धन  $t_1$  वर्ष में  $n$  गुना हो जाता है-  
 $A = nP = P [1 + r/100]^{t_1}$   
 $n = [1 + r/100]^{t_1}$

वही धन  $t_2$  वर्ष में  $m$  गुना हो जाता है-  
 $A = mP = P [1 + r/100]^{t_2}$   
 $m = [1 + r/100]^{t_2}$   
 $m = n^n$   
 $n^n = [1 + r/100]^{t_2}$   
 $n$  का मान रखने पर-  
 $[1 + r/100]^{t_1 \times n} = [1 + r/100]^{t_2}$   
(दोनों पक्षों की तुलना करने पर)  
 $t_1 \times n = t_2$  (सूत्र)  
प्रश्नानुसार-  
 $m = n^n$   
 $9 = 3^2$   
 $a = 2$   
 $t_2 = t_1 \times a = 3 \times 2 = 6$   
 $t_2 = 6$  वर्ष

(3) ₹ 5000 पर 8% ब्याज की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज व चक्रवृद्धि ब्याज में अन्तर ज्ञात करें।

हल-

$$\begin{aligned} P &= ₹ 5000, r = 8\%, t = 2 \text{ वर्ष} \\ \text{साधारण ब्याज} &= PRT/100 = 5000 \times 8 \times 2/100 = ₹ 800 \\ \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= 5000 [(1 + 8/100)^2 - 1] \\ &= 5000 [(1 + 2/25)^2 - 1] \\ &= 5000 [(27/25)^2 - 1] \\ &= 5000 \times (27/25 - 1) \times (27/25 + 1) \\ &= ₹ 832 \\ \text{चक्रवृद्धि ब्याज व साधारण ब्याज में अन्तर} &= 832 - 800 = ₹ 32 \end{aligned}$$

(4) ₹ 4000 का 8% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, यदि ब्याज छमाही जोड़ा जाए।

हल-

$$\begin{aligned} P &= ₹ 4000, r = 8\%, t = 2 \text{ वर्ष} \\ \text{ब्याज छमाही देय होगा तब } r &= 8/2 = 4\% \\ t &= 2 \times 2 = 4 \text{ छमाही} \\ C.I. &= 4000 [(1 + 4/100)^4 - 1] \\ &= 4000 [(1 + 1/25)^4 - 1] \\ &= ₹ 679.43 \end{aligned}$$

(5) यदि ब्याज तिमाही जोड़ा जाए तो ₹ 2000 का 12% वार्षिक ब्याज की दर से 9 माह का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?

हल-

$$\begin{aligned} P &= ₹ 2000, r = 12\%, t = 9 \text{ माह} \\ \text{ब्याज छमाही देय होगा तब } r &= 12/4 = 3\% \\ t &= 9/3 = 3 \text{ तिमाही} \\ C.I. &= 2000 [(1 + 3/100)^3 - 1] \\ &= 2000 [(103/100)^3 - 1] \\ &= ₹ 185.45 \end{aligned}$$

### अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1:- वह धनराशि ज्ञात कीजिए जो 8% वार्षिक ब्याज की दर से 6 मास में ₹ 26010 हो जाएगी, जबकि ब्याज त्रैमासिक रूप से संयोजित हो।  
प्रश्न 2:- कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज पर 3 वर्ष में ₹ 6690 तथा 6 वर्ष में ₹ 10035 हो जाता है। धनराशि क्या है?  
प्रश्न 3:- कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज से 15 वर्ष में 2 गुना हो जाता है कितने वर्षों में यह अपने से 8 गुना हो जाएगा?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें





पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

क्रमांक - 20

**मिशन शिक्षण संवाद**

विषय - गणित

टॉपिक - चाल, समय, दूरी

### चाल, समय, दूरी

किसी वस्तु/वाहन/पिण्ड द्वारा किसी निश्चित चाल (S) से निश्चित दूरी (d) को तय करने में लगा समय (t) हो तब चाल, दूरी तथा समय में सम्बन्ध -

$$\text{चाल} = \text{दूरी} / \text{समय} \text{ या } S = d / t$$

चाल का मात्रक मीटर/सेकेण्ड अथवा किलोमीटर/घण्टा होता है।

● यदि चाल मीटर/सेकेण्ड में हो तो,

$$\text{किलोमीटर/घण्टा} = 5/18 \text{ मीटर/सेकेण्ड}$$

● यदि चाल किलोमीटर/घण्टा में हो तो,

$$\text{मीटर/सेकेण्ड} = 18/5 \text{ किलोमीटर/घण्टा}$$

उदाहरण

Q.1 सोहन 12 किलोमीटर/घण्टा की गति से कोई यात्रा 3 घण्टे में तय करता है तो तय की गयी कुल दूरी क्या है?

हल:- प्रश्नानुसार,

$$\text{चाल} = \text{दूरी} / \text{समय} \text{ या}$$

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

$$\text{दूरी} = 12 \times 3$$

$$\text{दूरी} = 36 \text{ किमी} \circ$$

जब कोई रेलगाड़ी किसी खम्बे को पार करती है तो खम्बे की मोटाई को रेलगाड़ी के सापेक्ष नगण्य मान कर चलते हैं।

अर्थात्

रेलगाड़ी द्वारा खम्बा पार करने में तय की गयी दूरी = रेलगाड़ी की लम्बाई



उदाहरण- एक 300 मीटर लम्बी रेलगाड़ी की चाल 10 m/s है, इसे एक खम्बे को पार करने में कितना समय लगेगा?

हल- यहाँ रेलगाड़ी की लम्बाई ही तय की गयी दूरी होगी अतः

$$\text{तय की गयी दूरी} = 300 \text{ मीटर}$$

$$\text{चाल} = 10 \text{ मीटर/सेकेण्ड}$$

$$\text{समय} = \text{दूरी/चाल}$$

$$\text{समय} = 300/10 = 30 \text{ सेकण्ड}$$



जब कोई रेलगाड़ी किसी लम्बी वस्तु/स्थान/प्लेटफार्म/पुल दूसरी रेलगाड़ी को पार करती है तो रेलगाड़ी को अपनी लम्बाई के साथ-साथ उस वस्तु की लम्बाई के बराबर अतिरिक्त दूरी भी तय करनी पड़ती है।

अर्थात्

रेलगाड़ी द्वारा पुल/प्लेटफॉर्म/वस्तु को पार करने में तय की गयी कुल दूरी = रेल की लम्बाई + प्लेटफॉर्म/पुल की लम्बाई

उदाहरण- एक 300 मीटर लम्बी रेलगाड़ी की चाल 10 m/s है, इसे एक 50 मीटर लम्बे पुल को पार करने में कितना समय लगेगा?

हल- यहाँ तय की गयी दूरी = रेलगाड़ी की लम्बाई + पुल की लम्बाई = 300 + 50 = 350 मीटर

$$\text{चाल} = 10 \text{ मीटर/सेकेण्ड}$$

$$\text{समय} = \text{दूरी/चाल}$$

$$\text{समय} = 350/10 = 35 \text{ सेकण्ड}$$

### अभ्यास प्रश्न

Q.1 सोहन 12 किलोमीटर/घण्टा की गति से कोई यात्रा 3 घण्टे में तय करता है तो कुल दूरी क्या है?

Q.2 एक बस 120 किलोमीटर की दूरी 5/3 घण्टे में तय करती है, बताइए उसकी चाल कितनी है?

Q.3 एक 500 मीटर लम्बी रेलगाड़ी एक खम्बे को 25 सेकण्ड में पार कर लेती है, रेलगाड़ी की चाल बताओ?

Q.4 एक 250 मीटर लम्बी रेलगाड़ी एक 50 मीटर लम्बे प्लेटफार्म को कितने समय में पार करेगी यदि रेलगाड़ी की चाल 30 मीटर/सेकेण्ड हो।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

क्रमांक - 21

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

टॉपिक - चाल, समय व दूरी

### सापेक्ष चाल :-

यदि दो वस्तुएँ क्रमशः **a** किलोमीटर/घण्टा व **b** किलोमीटर/घण्टा की चाल से चल रही हैं, तब -

- दोनों विपरीत दिशा में हो, तो सापेक्ष चाल =  $(a + b)$  किलोमीटर/घण्टा



- दोनों समान दिशा में हो, तो सापेक्ष चाल =  $(a - b)$  किलोमीटर/घण्टा



उदाहरण 1 :- 100 मीटर और 80 मीटर लम्बाई वाली दो रेलगाड़ी समान दिशा में गतिमान हैं। यदि पहली रेलगाड़ी 51 मीटर/सेकेण्ड की चाल से तथा दूसरी रेलगाड़ी 42 मीटर/सेकेण्ड की चाल से गतिमान है तो उन्हें एक दूसरे को पार करने में कितना समय लगेगा?

हल- यहाँ पहली रेलगाड़ी की लम्बाई = 100 मीटर

दूसरी रेलगाड़ी की लम्बाई = 80 मीटर

पहली रेलगाड़ी की चाल = 51 मीटर/सेकेण्ड

दूसरी रेलगाड़ी की चाल = 42 मीटर/सेकेण्ड

चूँकि रेलगाड़ियाँ समान दिशा में हैं

इसलिए रेलगाड़ियों की सापेक्ष चाल =  $51 - 42$

= 9 मीटर/सेकेण्ड

तय की जाने वाली दूरी =  $100 + 80 = 180$

मीटर

सूत्रानुसार -

समय = दूरी / सापेक्ष चाल

समय =  $180/9 = 20$  सेकेण्ड

उदाहरण 2 :- 100 मीटर और 80 मीटर लम्बाई वाली दो रेलगाड़ी विपरीत दिशा में गतिमान हैं। यदि पहली रेलगाड़ी 10 मीटर/सेकेण्ड की चाल से तथा दूसरी रेलगाड़ी 15 मीटर/सेकेण्ड की चाल से गतिमान है तो उन्हें एक दूसरे को पार करने में कितना समय लगेगा?

हल- यहाँ पहली रेलगाड़ी की लम्बाई = 100 मीटर

दूसरी रेलगाड़ी की लम्बाई = 80 मीटर

पहली रेलगाड़ी की चाल = 10 मीटर/सेकेण्ड

दूसरी रेलगाड़ी की चाल = 15 मीटर/सेकेण्ड

चूँकि रेलगाड़ियाँ विपरीत दिशा में हैं

इसलिए रेलगाड़ियों की सापेक्ष चाल =  $10 + 15$

= 25 मीटर/सेकेण्ड

तय की जाने वाली दूरी =  $100 + 80 = 180$  मीटर

सूत्रानुसार -

समय = दूरी / सापेक्ष चाल

समय =  $180/25 = 36/5 = 7.20$  सेकेण्ड

### अभ्यास प्रश्न

Q1. दो कारें एक ही स्थान से विपरीत दिशाओं में 20 किमी/घण्टा व 30 किमी/घण्टा की चाल से दौड़ीं 5 घण्टे बाद इनके बीच की दूरी क्या होगी?

Q2. एक चोर के 500 मीटर भाग जाने पर एक सिपाही उसका पीछा करता है। चोर की चाल 150 मीटर/मिनट है तथा सिपाही की चाल 200 मीटर/मिनट है तो बताईए सिपाही चोर को कितनी दूरी पर व कितने समय में पकड़ लेगा?

Q3. एक गाड़ी 2500 मीटर 2 मिनट में जाती है, उसकी गति किलोमीटर/घण्टे में बताइए?

Q4. 2 गाड़ियाँ क्रमशः 80 किमी/घण्टा तथा 60 किमी/घण्टा की चाल से एक ही दिशा में गतिमान हैं, 2 घण्टे बाद उनके बीच की दूरी क्या होगी?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

क्रमांक - 22

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

टॉपिक - चाल, समय व दूरी

### औसत चाल

किसी वस्तु द्वारा तय की गयी कुल दूरी तथा कुल दूरी तय करने में लगा समय का अनुपात ही औसत चाल कहलाता है-

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

◆ यदि किसी निश्चित दूरी  $D$  को  $A$  चाल से तय किया जाय और फिर उसी दूरी को  $B$  चाल से तय किया जाता है तो

$$\text{औसत चाल} = \frac{2AB}{A+B}$$

हम जानते हैं कि औसत चाल = कुल दूरी / कुल समय

माना दूरी =  $D$  तो कुल दूरी =  $2D$

समय = दूरी / चाल

$A$  चाल से दूरी तय करने में लगा समय =  $D/A$  (समय = दूरी / चाल)

$B$  चाल से दूरी तय करने में लगा समय =  $D/B$

कुल समय =  $D/A + D/B$

औसत चाल = कुल दूरी ( $2D$ ) /  $D/A + D/B$

हल करने पर =  $\frac{2AB}{A+B}$

● औसत चाल =  $\frac{2AB}{A+B}$

उदाहरण - माना कोई कार दिल्ली से आगरा 4 घण्टे में पहुँचती है और आगरा से दिल्ली 3 घण्टे में वापस आ जाती है। अब यदि आगरा से दिल्ली की दूरी 245 किलोमीटर है, तो कार की औसत चाल ज्ञात करो?

हल- कार द्वारा तय की गयी कुल दूरी =  $245 + 245 = 490$  किलोमीटर

यात्रा में लगा कुल समय =  $4 + 3 = 7$  घण्टे

औसत चाल = वस्तु द्वारा तय की गई कुल दूरी / यात्रा में लगा कुल समय

औसत चाल =  $490/7$  किमी/घण्टे = 70 किमी/घण्टा

उदाहरण- मोहन दिल्ली से मुम्बई की दूरी 50 किमी/घण्टा की चाल से तय करता है तथा वापस 75 किमी/घण्टा की चाल से आता है। उसकी औसत चाल क्या होगी?

हल -

$$\text{सूत्र} = \frac{2AB}{A+B}$$

$A = 50$  किमी/घण्टा

$B = 75$  किमी/घण्टा

तब- सूत्रानुसार-

$$\frac{2 \times 50 \times 75}{50 + 75} = 60 \text{ किमी/घण्टा}$$

अथवा-

● किसी निश्चित दूरी  $D$  की यात्रा में यदि एक व्यक्ति की चाल में परिवर्तन का अनुपात  $m : n$  हो, तो उसके समय में परिवर्तन का अनुपात  $n : m$  होगा।

यदि चाल =  $s_1, s_2$

समय =  $t_1, t_2$

तब -  $s_1 \times t_1 = s_2 \times t_2$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

उदाहरण - एक आदमी अपने ऑफिस 40किमी/घण्टा की चाल से जाता है तो 2 घण्टे लगते है यदि वह 4 घण्टे में ऑफिस पहुँचना चाहे तो उसे किस चाल से जाना होगा।

हल=  $\frac{s_1}{t_2} = \frac{s_2}{t_1}$

$s_1 = 40$  किमी/सेकेण्ड,  $s_2 = ?$  s,  $t_1 = 2$  घण्टा,  $t_2 = 4$  घण्टा

$$\frac{40}{4} = \frac{s_2}{2}$$

$$40 \times 2 / 4 = 40 \text{ किमी/घण्टा}$$

### अभ्यास प्रश्न

Q.1 एक बस  $A$  से  $B$  तक 30 किलोमीटर/घण्टे की गति से तथा  $B$  से  $C$  तक 20 किलोमीटर/घण्टे की गति से चलती है, यदि  $A$  से  $B$  और  $B$  से  $C$  तक की दूरी 50 किलोमीटर हो तो बस की औसत चाल कितनी है?

Q.2 एक व्यक्ति  $A$  से  $B$  तक कि दूरी को कार के द्वारा 45 किलोमीटर/घण्टे की गति से तय करता है जिसमें 9 घण्टा का समय लगता है, उतनी ही दूरी को वह 36 किलोमीटर/घण्टे में कितने समय में पूरी करेगा?

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

क्रमांक - 23

मिशन शिक्षण संवाद

विषय - गणित

टॉपिक - चाल, समय व दूरी

**चाल, समय व दूरी से सम्बन्धित प्रश्न हल करने की लघु विधि**

● माना  $a$  मीटर लम्बाई की एक रेलगाड़ी  $x$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से जा रही है तथा  $20$  मीटर लम्बी रेलगाड़ी  $y$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से एक ही दिशा में जा रही हैं तब तेज गति की रेलगाड़ी द्वारा धीमी गति की रेल गाड़ी को पार करने में लगा समय =  $[a+b/x-y]$  सेकेण्ड

उदाहरण 1 :-  $135$  मीटर लम्बी तथा  $115$  मीटर लम्बी दो रेलगाड़ियाँ एक ही दिशा में क्रमशः  $105$  किमी/ घण्टा तथा  $69$  किमी/घण्टा की चाल से जा रही हैं। मिलने के कितने समय बाद तेज रफ्तार गाड़ी धीमी रफ्तार गाड़ी को पार कर जाएगी?

हल-  $a = 135$  मीटर

$b = 115$  मीटर

$x = 105$  किमी/ घण्टा

$y = 69$  किमी/ घण्टा

सापेक्ष चाल -

$x-y = 105-69 = 36$  किमी/घण्टा

$36 \times 5/18 = 10$  मी०/से०

$a+b/x-y = 135+115/10 = 250/10 = 25$  सेकेण्ड

● माना  $a$  मीटर लम्बाई की एक रेलगाड़ी  $x$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से जा रही है तथा  $20$  मीटर लम्बी रेलगाड़ी  $y$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से इसके विपरीत दिशा में जा रही है तब तेज गति की रेलगाड़ी द्वारा धीमी गति की रेल गाड़ी को पार करने में लगा समय =  $[a+b/x+y]$  सेकेण्ड

उदाहरण 2 :-  $126$  मीटर लम्बी तथा  $114$  मीटर लम्बी दो रेलगाड़ियाँ विपरीत दिशा में क्रमशः  $15$  मी०/ सेकेण्ड तथा  $5$  मी०/सेकेण्ड की चाल से जा रही हैं। मिलने के कितने समय बाद वे एक दूसरे को पार कर जायेंगी?

हल-  $a = 126$  मीटर

$b = 114$  मीटर

$x = 15$  मी/ सेकेण्ड

$y = 5$  मी/ सेकेण्ड

$a+b/x+y = 126+114/15+5 = 240/20 = 12$  सेकेण्ड

● माना  $a$  मीटर लम्बाई की एक रेलगाड़ी  $x$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से जा रही है। एक व्यक्ति  $y$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से गाड़ी की दिशा में दौड़ रहा है तब रेलगाड़ी द्वारा व्यक्ति को पार करने में लगा समय =  $[a/x-y]$  सेकेण्ड

(रेलगाड़ी के सापेक्ष व्यक्ति की लम्बाई को नगण्य माना जाता है।)

उदाहरण 3 :-  $62$  किमी/घण्टा की रफ्तार से जा रही  $120$  मीटर लम्बी रेलगाड़ी तथा उसी दिशा में  $8$  किमी/ घण्टा की चाल से जा रहे व्यक्ति को कितनी देर में पार करेगी?

हल-  $a = 120$  मीटर

$x = 62$  किमी/ घण्टा

$y = 8$  किमी/ घण्टा

$x-y = 62-8 = 54$  किमी/घण्टा

$54 \times 5/18 = 15$  मीटर/ सेकेण्ड

समय =  $a/x-y = 120/15 = 8$  सेकेण्ड

● माना  $a$  मीटर लम्बाई की एक रेलगाड़ी  $x$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से जा रही है। एक व्यक्ति  $y$  मीटर प्रति सेकेण्ड की चाल से गाड़ी की विपरीत दिशा में दौड़ रहा है तब रेलगाड़ी द्वारा व्यक्ति को पार करने में लगा समय =  $[a/x+y]$  सेकेण्ड (रेलगाड़ी के सापेक्ष व्यक्ति की लम्बाई को नगण्य माना जाता है।)

उदाहरण 4 :-  $58$  किमी/घण्टा की रफ्तार से जा रही  $165$  मीटर लम्बी रेलगाड़ी तथा विपरीत दिशा में  $8$  किमी/ घण्टा की चाल से आ रहे व्यक्ति को कितनी देर में पार करेगी?

हल-  $a = 165$  मीटर

$x = 58$  किमी/ घण्टा

$y = 8$  किमी/ घण्टा

$x+y = 58+8 = 66$  किमी/घण्टा

$66 \times 5/18 = 55/3$  मीटर/ सेकेण्ड

समय =  $a/x+y = 165/(55/3) = 165 \times 3/55 = 9$  सेकेण्ड

**अभ्यास प्रश्न**

1.  $120$  मीटर की दो रेलगाड़ियाँ विपरीत दिशा में क्रमशः  $15$  मी०/ सेकेण्ड तथा  $5$  मी०/सेकेण्ड की चाल से जा रही हैं। मिलने के कितने समय बाद वे एक दूसरे को पार कर जायेंगी?

2.  $81$  किमी/घण्टा की चाल को मीटर/ सेकेण्ड में बदलें।

3.  $60$  किमी/घण्टा की चाल से जा रही  $75$  मीटर लम्बी रेलगाड़ी एक स्थिर खड़े व्यक्ति को कितनी देर में पार कर लेगी ?

4.  $24$  मीटर/सेकेण्ड की चाल को किमी/ घण्टा में बदलिए।

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद  
क्रमांक - 24

विषय - गणित  
टॉपिक - बीजीय व्यंजक

**बीजीय व्यंजक** - चर और अचर संख्या या इनका समूह मौलिक गणितीय संक्रियाओं के चिह्नों से युक्त होने पर बीजीय व्यंजक कहलाता है।

जैसे-  $2x + 3y = 12$ ,  $5a - 7ab = 20$

### बीजीय व्यंजकों के पद -

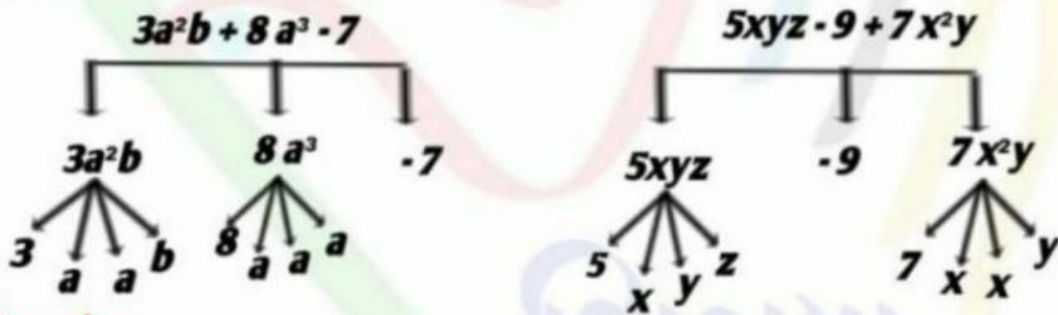
● किसी आंकिक संख्या या अक्षर संख्या और बीजीय संख्या या चर संख्या के योगफल या भागफल को पद कहते हैं।

1.  $5x + 7xy - 1$  एक व्यंजक है, जिसमें  $x$  तथा  $y$  चर हैं तथा  $5, 7, (-1)$  अचर हैं। यह व्यंजक  $5x, 7xy$  तथा  $(-1)$  के योग से बना है, जहाँ  $7xy = 7 \times x \times y$  है।

2.  $5p^2q - 4pq^2 + 7$  एक व्यंजक है जिसमें  $p, q$  चर राशि हैं,  $5, (-4)$  और  $7$  अचर राशि हैं। यह व्यंजक  $5pq, (-4pq)$  तथा  $7$  के योग से बना है।

जहाँ  $5p^2q = 5 \times p \times p \times q$ ,  $4pq^2 = 4 \times p \times q \times q$  है।

### पेड़ आरेख द्वारा पद ज्ञात करना -



### पद के गुणांक -

● पद को गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं। इसमें से एक गुणनखण्ड संख्यात्मक हो सकता है तथा अन्य बीजीय हो सकते हैं।

जैसे-  $5xy$  में  $xy$  का गुणांक  $5$  है या  $5x$  का गुणांक  $y$  है।

$10xy^2$  में  $xy^2$  का गुणांक  $10$  है या  $x$  का गुणांक  $10y^2$  है।

### सजातीय पद व विजातीय पद -

जिन पदों में बीजीय संख्या या चर संख्या समान हो सजातीय पद कहलाते हैं।

जैसे-  $5xy$  व  $7xy$ ,  $8ab$  व  $10ab$

जिन पदों में बीजीय संख्या असमान हो विजातीय पद कहलाते हैं।

जैसे-  $5xy$  व  $10ab$ ,  $7a^2b$  व  $8ab^2$

### अभ्यास प्रश्न

1. निम्नलिखित व्यंजकों के पद लिखिए -

a.  $\frac{1}{2}pq + 5p - 7q$

b.  $-\frac{2}{3}xy - xy^2$

c.  $15a + 7b$

2.  $7pq$  में  $pq$  का गुणांक कितना है?

3.  $8x^2y$  में  $x^2y$  का गुणांक ज्ञात करिए।

4. सजातीय पद छाँटिए -

a.  $6x^2y, -6xyz, 8x^2y, 7xyz$

b.  $5pq^2, 6a^2b, 10a^2b, 10pq^2$

c.  $-3pq, -5pq^2, 4q^2p, 9qp$

d.  $5x, -3x, a^2bc, 7a^2bc$

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद विषय - गणित  
क्रमांक - 25 टॉपिक - बीजीय व्यंजक

एकपदी, द्विपद, त्रिपद और बहुपद

**Monomial, Binomial, Trinomial & Polynomial**

**बहुपदीय व्यंजक**

◆ यह बीजीय व्यंजक / algebraic expression

◆ जिसमें केवल एक पद हो एक पदी या monomial कहलाता है। - 1. xyz 2. 4ab

◆ दो पद हों द्विपद या Binomial कहलाता है। - 1. 5p+7q 2. 8xy - 3yz

◆ तीन पद हों त्रिपदीय या Trinomial कहलाता है। - 1. 2x<sup>2</sup>+ 3y<sup>3</sup>- 4x<sup>2</sup>y<sup>2</sup> 2. 5a<sup>4</sup>b - 2ab + ab<sup>4</sup>

◆ व्यापक रूप से दो या दो से अधिक पद वाले व्यंजक(expression) को बहुपदीय व्यंजक या polynomial कहा जाता है- 1. x<sup>2</sup>+xy+3y<sup>2</sup>- 4x<sup>2</sup>y<sup>2</sup>

**बीजीय व्यंजकों का जोड़ एवं घटाना -**

◆ 5x और 7x को जोड़ें-  
= 5x + 7x (दोनों पद सजातीय हैं)  
= (x+x+x+x+x) + (x+x+x+x+x+x) या  
(5+7)x  
= 12x

◆ इसी प्रकार 6xy में से 4xy घटाएँ  
= 6xy - 4xy = (6-4)xy = 2xy

◆ (2y + 4) और (3y - 3) को जोड़िए -  
(2y + 4) + (3y - 3)  
= 2y + 3y + 4 - 3 (यहाँ 2y और 3y तथा 4 और (-3) समान पद (like term) हैं)  
= 5y + 1

◆ (4mn + 5m<sup>2</sup> - 7) में से (3mn + 4m<sup>2</sup>) को घटाएँ-  
(4mn + 5m<sup>2</sup> - 7) - (3mn + 4m<sup>2</sup>)

(यदि कोष्ठक के बाहर ऋण चिह्न लगा हो तो कोष्ठक को हल करते समय सभी चिह्न ऋण चिह्न से गुणा होने पर विपरीत चिह्न में बदल जाते हैं। जैसे (-) का (+) और (+) का (-) इसलिए - (4mn + 5m<sup>2</sup> - 7) - (3mn + 4m<sup>2</sup>)  
= 4mn + 5m<sup>2</sup> - 7 - 3mn - 4m<sup>2</sup>  
= 4mn - 3mn + 5m<sup>2</sup> - 4m<sup>2</sup> - 7  
= mn + m<sup>2</sup> - 7

◆ बीजीय व्यंजक 4m<sup>2</sup> - 3pq - 4pq<sup>2</sup> - 7m<sup>2</sup> - 5pq + 5pq<sup>2</sup> को हल करें -

$$= 4m^2 - 7m^2 - 3pq - 5pq - 4pq^2 + 5pq^2$$

$$= -3m^2 - 8pq + 5pq^2$$

$$= pq^2 - 3m^2 - 8pq$$

◆ 3x तथा 4y के योग में से 7z घटाइए  
= (3x + 4y) - 7z

**बीजीय व्यंजकों के मान ज्ञात करना -**

बीजीय व्यंजकों का मान व्यंजक को बनाने वाली चर संख्या पर निर्भर करता है।

◆ निम्नांकित व्यंजक का मान ज्ञात करो यदि x = 2 हो -  
(1) x - 5 (2) 2x + 5 = 2 × 2 + 5 = 9  
= 2 - 5 = -3

◆ 5a<sup>2</sup> - 5a + 4 का मान ज्ञात करो यदि a = 4 हो  
5 × (4)<sup>2</sup> - 5 × 4 + 4 = 5 × 16 - 20 + 4 = 80 - 20 + 4  
= 84 - 20 = 64

◆ t = 7 हो तो t<sup>3</sup> = 7<sup>3</sup> = 343

◆ यदि x = 4 हो तो, त्रिभुज की तीनों भुजाएँ ज्ञात करो -  
(2x + 1) सेमी, (3x + 1) सेमी, (3x - 1) सेमी  
2x + 1 = 2 × 4 + 1 = 9 सेमी  
3x + 1 = 3 × 4 + 1 = 13 सेमी  
3x - 1 = 3 × 4 - 1 = 11 सेमी

◆ यदि a = 3, b = 2 हो, तो निम्नांकित को सत्यापित कीजिए-

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3+2)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2$$

$$5^2 = 9 + 12 + 4$$

$$25 = 25$$

दोनों पक्ष बराबर हैं।

**अभ्यास प्रश्न**

(1) y = -2 हो, तो 2y<sup>2</sup> - 3y + 6 = ?

(2) 8x और 2xyz के योग से 2xy घटाएँ।

(3) यदि a = 3, b = 2 हो, तो निम्नांकित को सत्यापित कीजिए-

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



पढ़ाई से प्रतियोगिता तक

**जूनियर स्तर**

मिशन शिक्षण संवाद  
क्रमांक - 26

विषय - गणित  
टॉपिक - बीजीय व्यंजक

### कोष्ठक

जब कई घटना क्रम या संक्रियाओं को मिलाकर एक बीजीय व्यंजक बनाते हैं तो उसे सरल रूप में व्यक्त करने के लिए विभिन्न प्रकार के कोष्ठकों का प्रयोग किया जाता है। जैसे-  $2x [ 3 - (15 \div 3 ( 2 + 12)) ]$

कोष्ठक चार प्रकार के होते हैं -

- Line Bracket (रेखा कोष्ठक)

( ) Simple or Small Bracket (छोटा कोष्ठक)

{ } Curly Bracket (मझला कोष्ठक)

[ ] Square Bracket (बड़ा कोष्ठक)

इनको सही क्रम में तोड़ते हैं। सबसे पहले रेखा कोष्ठक फिर छोटा कोष्ठक, मझला कोष्ठक और अंत में बड़ा कोष्ठक। वैसे ही जैसे BODMAS में होता है।

उदाहरण :-  $2x^2yz - [ 3x^2 - \{ 2y - (x^2yz -$

$y^2 + x^2) \} ]$

(सबसे पहले रेखा कोष्ठक हल करेंगे )

$= 2x^2yz - [ 3x^2 - \{ 2y - (x^2yz - y^2 - x^2) \} ]$

( छोटा कोष्ठक हल करेंगे )

$= 2x^2yz - [ 3x^2 - \{ 2y - x^2yz + y^2 + x^2 \} ]$

( मझला कोष्ठक हल करेंगे )

$= 2x^2yz - [ 3x^2 - 2y + x^2yz - y^2 - x^2 ]$

$= 2x^2yz - [ 2x^2 - 2y + x^2yz - y^2 ]$

( बड़ा कोष्ठक हल करेंगे )

$= 2x^2yz - 2x^2 + 2y - x^2yz + y^2$

$= x^2yz - 2x^2 + y^2 + 2y$

अंग्रेजी के इस BODMAS को हम निम्नलिखित रूप से प्रदर्शित करते हैं -

B → Bracket (कोष्ठक)

O → of (का)

D → Division (भाग)

M → Multiply (गुणा)

A → Addition (जोड़)

S → Subtraction (घटाना)

नोट :-

◆ प्रायः हम रेखा कोष्ठक एवं छोटे कोष्ठक को सबसे अन्दर, फिर मझला, फिर बड़ा कोष्ठक लगाते हैं।

◆ कोई से भी कोष्ठक खोलते समय, यदि कोष्ठक के बाहर + का चिह्न लगा हो तो कोष्ठक के अन्दर के पदों के चिह्न नहीं बदलते हैं।

◆ यदि कोष्ठक के बाहर (-), ऋण का चिह्न लगा हो तो, कोष्ठक के अन्दर के सभी पदों के चिह्न बदल जाते हैं।

◆ सबसे पहले रेखा कोष्ठक, फिर छोटा कोष्ठक, फिर मझला कोष्ठक, सबसे अन्त में बड़ा कोष्ठक खोलते हैं।

◆ दो या दो से अधिक कोष्ठकों के मध्य यदि कोई चिह्न ना हो तो वहाँ गुणा का चिह्न मानते हैं।

### अभ्यास प्रश्न

1.  $(x + y)(2x - y)$

2.  $15x - [ 8x^3 + 3x^2 - \{ 8x^2 - (4 - 2x - x^3) - 5x^3 \} - 2x ]$

3.  $7ab^2c^2 + 2a^3b^2 - 3abc - 5ab^2c^2 - 2b^2a^3 + 2ab$

4.  $(-7x) + \{ 12x^2 \div (6x - 3x) \}$

5.  $12y - [ 2y + \{ 13xy - (14y - 6y) \} ]$

6.  $2a^3 \{ 1 + [ 4a^2 (2a + a) + 3a ] \}$

7.  $4pq - 3p^2 [ 4q - 2(6q - 3q) ] \div 2p$

8.  $14x + 5[ 6 - (2x + 3) ]$

9.  $(2x - [ 3 - (4 - 3x) ] + 6x)$

10.  $16a \div 2[ 8a - 3(4a - 2a) ] + 1$

आओ हाथ से हाथ मिलायें,

#9458278429

बेसिक शिक्षा का मान बढ़ायें।



**एक पदीय व्यंजकों का गुणा:** किसी बीजीय व्यंजक को किसी संख्या से गुणा करने के लिए संख्या को बीजीय व्यंजक के गुणांक की संख्या से गुणा करते हैं।

### (a) बीजीय व्यंजकों में संख्या का गुणा-

जैसे-  $5 \times xy = 5xy$   
 $3a \times 2 = 6a$

- गुणनफल में गुणा का चिह्न नहीं लगाते हैं।
- किसी भी बीजीय व्यंजक को किसी संख्या से गुणा करने के लिए संख्या को बीजीय व्यंजक के गुणांक की संख्या से गुणा करते हैं।

### (b) एक पदीय को एक पदीय से गुणा करना-

जैसे-  $5y \times x = 5xy$   
 $3a \times 2b = 6ab$

- एक पदीय व्यंजकों के गुणनफल भी एक पदीय होते हैं।

### (c) समान आधार वाले घातांकीय व्यंजकों का गुणा-

हम जानते हैं -  
 $3x \times x = 3x^2$   
 $4p \times 6p^3 = 24 p^4$

- समान आधार वाले बीजीय व्यंजकों का गुणनफल उसी आधार पर उनके घातांकों के योगफल के बराबर होता है।

### (d) विभिन्न चर वाले एक पदीय व्यंजकों का गुणा -

चर राशि - जिसका मान स्थिर ना हो।

$x \times y \times z = x \cdot y \cdot z = xyz$   
 $a \times b \times c = a \cdot b \cdot c = abc$

- गुणनफल में चर राशियों के बीच के गुणन चिह्न को नहीं लिखते हैं।

### 2. एक पदीय व्यंजक और बहुपदीय व्यंजक का गुणा -

इस प्रकार के गुणन में वितरण नियम का उपयोग करते हैं-  
 $5 \times (x + 5) = 5 \times x + 5 \times 5 = 5x + 25$   
 $2a \times (4a - 4b) = 2a \times 4a - 2a \times 4b = 8a^2 - 8ab$

एक पदीय व्यंजक से बहु पदीय व्यंजक में गुणा करने के लिए एक पदीय व्यंजक से बहुपदीय व्यंजक के प्रत्येक पद में गुणा करते हैं।

### 3. बहुपदीय व्यंजकों का गुणा -

$(a+b) \times (p+q) = a \times (p+q) + b \times (p+q)$

पहले बहुपदीय व्यंजक के प्रत्येक पद से दूसरे बहुपदीय व्यंजक में गुणा करते हैं।

$= ap + aq + bp + bq$

#### गुणन करने की विधियाँ-

#### (1) स्तम्भ विधि -

|   |   |
|---|---|
| (1) $(4x + 2) \times 2x$                        | (2) $(2x + 3y) \times (4x + 2)$   |
| $4x + 2$<br>$\times 2x$<br>-----<br>$8x^2 + 4x$ | $4x + 2$<br>$\times 2x + 3y$<br>-----<br>$8x^2 + 4x$<br>$+ 12xy + 6y$<br>-----<br>$8x^2 + 4x + 12xy + 6y$ |

#### (2) पंक्ति विधि -

(1)  $2x \times (2 + 4x)$   
 $= 2x \times 2 + 2x \times 4x$   
 $= 4x + 8x^2$

(2)  $(2x + 3y) \times (2 + 4x)$   
 $= 2x(2 + 4x) + 3y(2 + 4x)$   
 $2x \times 2 + 2x \times 4x + 3y \times 2 + 3y \times 4x$   
 $= 4x + 8x^2 + 6y + 12xy$   
 $= 8x^2 + 12xy + 4x + 6y$

#### अभ्यास प्रश्न

गुणा करो-

- $(2x + y) \times 4y$
- $4y^2 (4x + 3y)$
- $(21a + 2) \cdot (2a - 4)$
- $(3x + 8) \cdot (4x - 7)$
- $(2x^2 + 3y + 5) \cdot 4xy^2$







पढ़ाई में प्रतियोगिता तक  
जूनियर स्तर

मिशन शिक्षण संवाद

विषय- गणित

क्रमांक- 29

प्रकरण- बीजीय व्यंजकों का भाग

प्रथम स्थिति - शून्यत्तर शेषफल

◆ द्वितीय स्थिति में भाज्य, भाजक से पूर्णतः विभाजित नहीं होगा। ऐसी स्थिति में तब तक भाग की क्रिया चालू रखते हैं जब तक भाजक से छोटा शेषफल नहीं पा जाते हैं। इसी प्रकार बहुपदों की स्थिति में भी भाग की क्रिया तब तक चलेगी जब तक शेषफल, भाजक से कम घातांक का बहुपद नहीं हो जाता।

◆  $14x^2 + 13x - 15$  में  $7x - 4$  से भाग करें-

$$\begin{array}{r} 7x - 4 \overline{) 14x^2 + 13x - 15} \phantom{( 2x+3)} \\ \underline{14x^2 - 8x} \phantom{- 15} \\ 21x - 15 \\ \underline{21x - 12} \\ 0 - 3 \end{array}$$

अतः भाज्य- $14x^2 + 13x - 15$ , भाजक- $7x - 4$ , भागफल- $2x+3$ , शेषफल- $(-3)$

**भाज्य, भाजक, भागफल और शेषफल में सम्बन्ध -**  
**(Relation between Dividend, divisor, quotient and remainder)**

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$\text{dividend} = \text{divisor} \times \text{quotient} + \text{remainder}$$

क्या यह बीजीय व्यंजकों के लिए भी सत्य है? सत्यापित करते हैं-

भाज्य- $14x^2 + 13x - 15$ , भाजक- $7x - 4$ , भागफल- $2x+3$ , शेषफल- $(-3)$

$$14x^2 + 13x - 15 = (7x-4) \times (2x+3) + (-3)$$

R.H.S. ( दाँया पक्ष)

$$\begin{aligned} &(7x - 4)(2x + 3) + (-3) \\ &= 14x^2 + 21x - 8x - 12 - 3 \\ &= 14x^2 + 13x - 15 \\ &= \text{L.H.S. ( बाँया पक्ष)} \end{aligned}$$

**परिमेय व्यंजक (Rational Expression) :-**

ऐसे बीजीय व्यंजक जिनके अंश तथा हर के रूप में प्रयुक्त चरों के घात धनात्मक पूर्णांक हैं, परिमेय व्यंजक कहलाते हैं।

$$\text{जैसे- } x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\frac{\quad}{x+a} = x+b$$

$$\text{यहाँ- } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

उदाहरणार्थ (for example) -

$$\frac{x^2 + 8x - 11}{x + 3}, \quad \frac{x^3 - 24x + 2}{x - 2}$$

**बहुपदों के घातांक :-**

**(Degree of a polynomial)**

बहुपद की घात ज्ञात करने के लिए बहुपद के चर की सबसे बड़ी घात देखते हैं।

जैसे -

$4x^4 - 3x^3 + 2x + 5$  में  $x^4$  की घात 4 सबसे बड़ी है, अतः इस बहुपद की घात 4 है।

◆ यदि बहुपद में दो या दो से अधिक चर का गुणन हो रहा हो तो उनकी घातों का योग यदि सबसे बड़ी घात है तो वही बहुपद की घात होगी-

जैसे- $4x^2y + 4xy - 3x^2y^2$  इस बहुपद में  $xy$  की घातों का योग क्रमशः 3, 2, 5 हैं जिसमें 5 बड़ा है अतः इस बहुपद की घात 5 होगी।

**अभ्यास प्रश्न**

1.  $3xy - 4x^5 + 4x^2y^3$  में बहुपद की घात क्या है?

2.  $(-12x^4 - 22x^3 - 10x^2 + 34x - 75) \div (3x + 7)$  को हल करें-

3. बहुपद 8 की घात क्या होगी?

4.  $(15y^4 - 16y^3 + 9y^2 - (10/3)y + 6) \div (3y - 2)$  का मान ज्ञात करो।





पढ़ाई में प्रतियोगिता तक  
जूनियर स्तर

क्रमांक- 30

मिशन शिक्षण संवाद

विषय- गणित

प्रकरण- सर्वसमिकाएँ

$$1. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

सत्यापन-  $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$   
 $= a \cdot (a+b) + b \cdot (a+b)$   
 $= a^2 + ab + ba + b^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2$

माना-  $a = 3, b = 5$  हो तब  
 $(a+b)^2 = (3+5)^2$  ( $a, b$  का मान रखने पर)  
 $(a^2 + b^2) = a^2 + 2ab + b^2$   
 $(3+5)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 5 + 5^2$   
 $8^2 = 9 + 30 + 25$   
 $64 = 64$

दोया पक्ष = बाँया पक्ष

$$2. (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

सत्यापन-  $(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b)$   
 $= a \cdot (a-b) - b \cdot (a-b)$   
 $= a^2 - ab - ba + b^2$   
 $= a^2 - 2ab + b^2$

माना-  $a = 7, b = 2$  हो तब  
 $(a-b)^2 = (7-2)^2$  ( $a, b$  का मान रखने पर)  
 $(a^2 - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$   
 $(7-2)^2 = 7^2 - 2 \times 7 \times 2 + 2^2$   
 $5^2 = 49 - 28 + 4$   
 $25 = 25$

दोया पक्ष = बाँया पक्ष

$$3. (a^2 - b^2) = (a-b) \cdot (a+b)$$

सत्यापन-  $a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$   
दोया पक्ष-  $(a-b) \cdot (a+b)$   
 $= a(a+b) - b(a+b)$   
 $= a^2 + ab - ba - b^2$   
 $= a^2 - b^2$

माना  $a = 5, b = 4$   
 $(a^2 - b^2) = (a-b) \cdot (a+b)$   
 $(5^2 - 4^2) = (5-4) \cdot (5+4)$   
 $(25 - 16) = 1 \times 9$   
 $9 = 9$

दोया पक्ष = बाँया पक्ष

$$4. (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$\text{or } = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3b^2a$$

सत्यापन-  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$   
 $= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$   
 $= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$   
 $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $= a^3 + 3ab(a+b) + b^3$

माना  $a = 2, b = 3$   
 $(2+3)^3 = 2^3 + 3^3 + 3 \times 2 \times 3(2+3)$   
 $5^3 = 8 + 27 + 18 \times 5$   
 $125 = 8 + 27 + 90$   
 $125 = 125$

दोया पक्ष = बाँया पक्ष

$$5. (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$\text{or } = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3b^2a$$

सत्यापन-  $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$   
 $= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$   
 $= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3$   
 $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 $= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$

माना  $a = 5, b = 2$   
 $(5-2)^3 = 5^3 - 2^3 - 3 \times 5 \times 2(5-2)$   
 $3^3 = 125 - 8 - 30 \times 3$   
 $27 = 125 - 8 - 90$   
 $27 = 27$

दोया पक्ष = बाँया पक्ष

### बीजगणतीय सर्वसमिकाएँ

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
- $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
- $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 3ab(a+b)$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- $(a+b)^3 + (a-b)^3 = 2(a^3 + 3ab^2)$

### अभ्यास प्रश्न

- मान ज्ञात करो-
- $(2x + 3x)^2$
  - $(x + 2x)^2$
  - $(4x + 2)^2$
  - $(6y - 2)^2$
  - $9x^2 - 64y^2$
  - $(2x + 3)(2x - 3)$
  - $(3x - 2y)^2$
  - $(3 - x)^2$





# मिशन शिक्षण संवाद



## जूनियर स्तरीय विषय - गणित टीम



### वीडियो निर्माणकर्ता

नाम - अजय कुमार  
पद - सहायक अध्यापक  
विद्यालय - प्राथमिक विद्यालय  
लहिया  
विकास क्षेत्र - आराजी लाइन  
जनपद - वाराणसी  
मोबाइल नंबर - 76518 65172



### कार्य-पत्रक निर्माणकर्ता

नाम - निहारिका वर्मा  
पद - स.अ.  
विद्यालय का नाम - उच्च प्राथमिक  
विद्यालय भूपालपुर(1-8)  
विकास क्षेत्र - निधौली कलौं  
जनपद - एटा  
Whatsapp no- 9119084809



### वीडियो निर्माणकर्ता

नाम - रमेश चन्द्र जायसवाल  
पद - स.अ.  
विद्यालय का नाम - अंग्रेजी  
माध्यम उच्च प्राथमिक विद्यालय  
खेरटिया  
विकास क्षेत्र - चोपन  
जनपद - सोनभद्र  
Whatsapp no-9198099519



### टीम सहयोगकर्ता

नाम - विजय प्रकाश बडोला  
पद - सहायक अध्यापक  
विद्यालय - रा० उ० प्रा० वि०  
भटवाड़ी धनारी  
विकास क्षेत्र - डुण्डा  
जनपद - उत्तरकाशी  
मोबाइल नंबर - 9412143503



आज का छोटा सा प्रयास, बनेगा उज्ज्वल भविष्य का आधार