मिशन शिक्षण संवाद

गणित

8

काव्य निर्माण

नौरीन सआदत (स0 अ0)
पूर्व माध्यमिक विद्यालय रिसौरा,
विकास खण्ड-महुआ, जनपद-बांदा

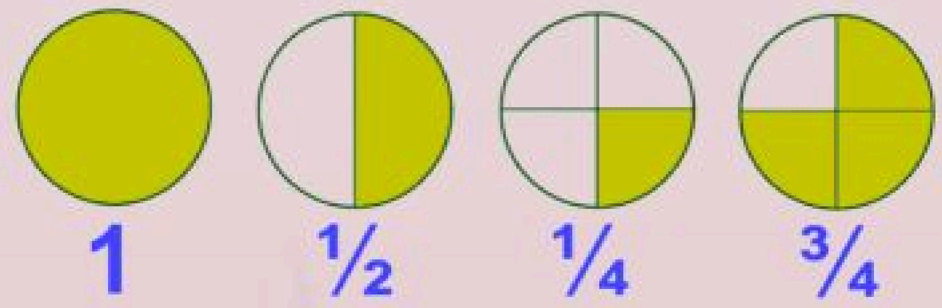
इकाई:1
परिमेय संख्याएँ

पूर्णांक संख्या (integer)

$\frac{p}{q}$ } परिमेय संख्या Rational number

(q≠0)

परिमेय संख्या एक ऐसी भिन्न,
पालन करती दो शर्तों का।
अंश और हर होते पूर्णांक,
हर कभी न शून्य हो जिसका।।



परिमेय संख्याओं में योग की सक्रिया,
पालन करें कुछ प्रगुणों का,
संवरक, क्रम विनिमय और साहचर्य,
नाम है इन प्रगुणों का।।

$$\left(\frac{p}{q}+\frac{r}{s}\right)+\frac{t}{u}=\frac{p}{q}+\left(\frac{r}{s}+\frac{t}{u}\right)$$

परिमेय संख्याओं में घटाने की सक्रिया,
पालन करें केवल संवरक प्रगुण का।
गुणा की सक्रिया पालन करती,
संवरक,क्रम-विनिमय,साहचर्य प्रगुण का।।

$$\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{r}{s}+\frac{p}{q}$$

परिमेय संख्याओं में योग का,
शून्य होता तत्समक अवयव।
जबकि इनमें गुणा का,
एक है तत्समक अवयव।।

$$\frac{p}{q}+0=\frac{p}{q}=0+\frac{p}{q}$$

दो परिमेय संख्याओं के बीच,
अनन्त परिमेय संख्याएँ हम पाएं।
जब बात आए निरपेक्ष मान की,
तो कभी न ऋणात्मक इसे पाएं।।

$$|p|=\begin{cases} p & \text{if } p\geq 0 \\ p & \text{if } p<0 \end{cases}$$

परिमेय संख्याओं में यदि हर का,
अभाज्य गुणनखंड है दो और पाँच।
तो वह होती सांत दशमलव,
यदि ना हो गुणनफल दो और पाँच,
तो है असांत आवर्ती दशमलव।।

$$x \times 1 = x$$

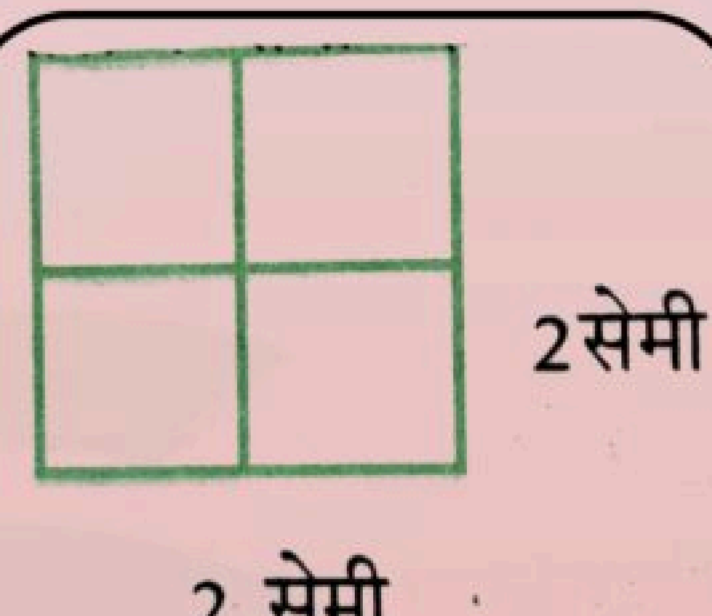
इकाई:2
वर्गमूल

1^2 - 1
2^2 - 4
3^2 - 9
4^2 - 16
5^2 - 25
6^2 - 36
7^2 - 49
8^2 - 64
9^2 - 81
10^2 - 100

किसी संख्या में उसी संख्या का,
करते हैं जब हम गुणा।
फलस्वरूप प्राप्त हो जो संख्या,
वही वर्ग है संख्या का।।

सम संख्या का वर्ग बच्चों,
होती है सम संख्या।
विषम संख्या का वर्ग,
होती है विषम संख्या।।

संख्या के करो अभाज्य गुणनखंड,
उनके समान जोड़े बनाओ।
चुनो हर जोड़े से एक गुणनखंड,
तब उनका गुणनफल ही वर्गमूल पाओ।।



2 सेमी × 2 सेमी
= 4 वर्ग सेमी

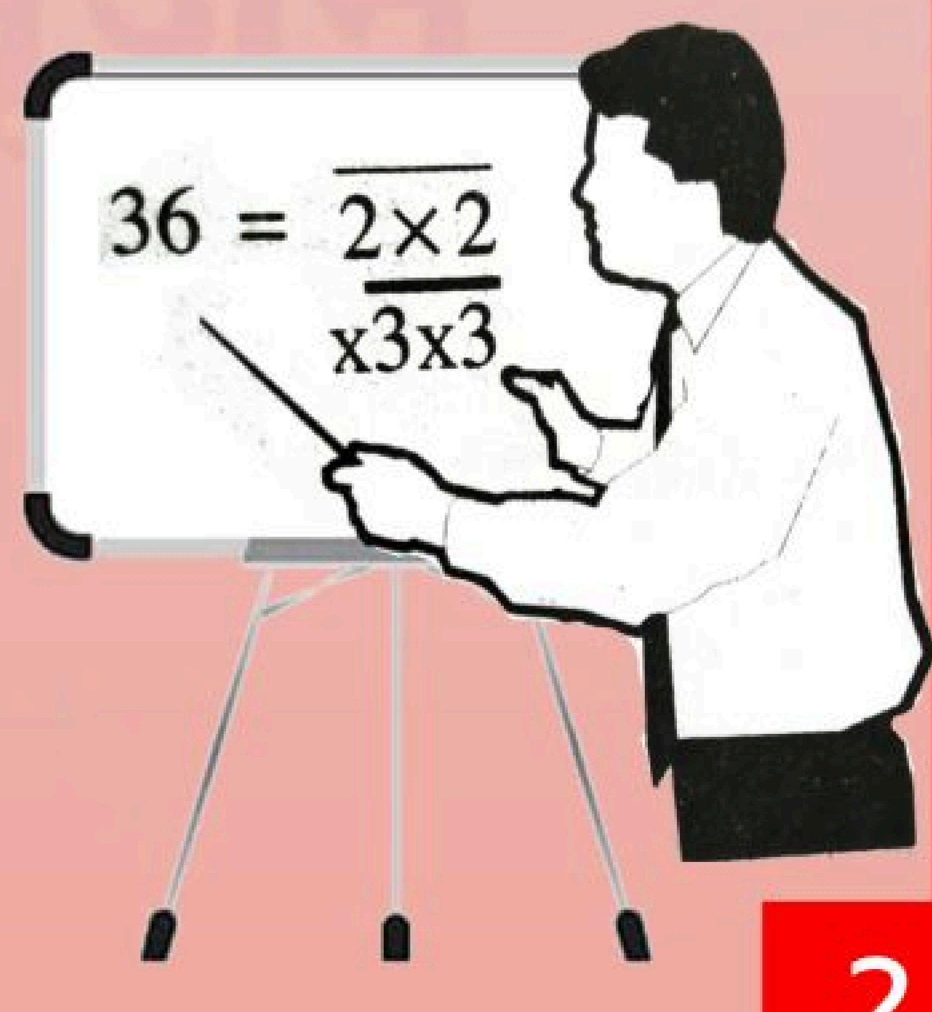
शून्य का वर्ग करो तो शून्य,
शून्य का वर्गमूल भी होता शून्य।
वर्ग पूर्णांकों यदि हो वर्गमूल,
धन,ऋण पूर्णांक मिलने का उसूल।।

2	36
2	18
3	9
	3

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

किसी पूर्ण वर्ग संख्या में यदि,
अंकों की हो संख्या सम,
उसके वर्गमूल में अंकों की संख्या,
उसके अंको की आधी कर पाएं हम।।

किसी पूर्ण वर्ग संख्या में यदि,
अंकों की हो संख्या विषम।
उसके वर्गमूल में अंकों की संख्या,
संख्या की उत्तरावर्ती संख्या की,
आधी करके पाएं हम।।

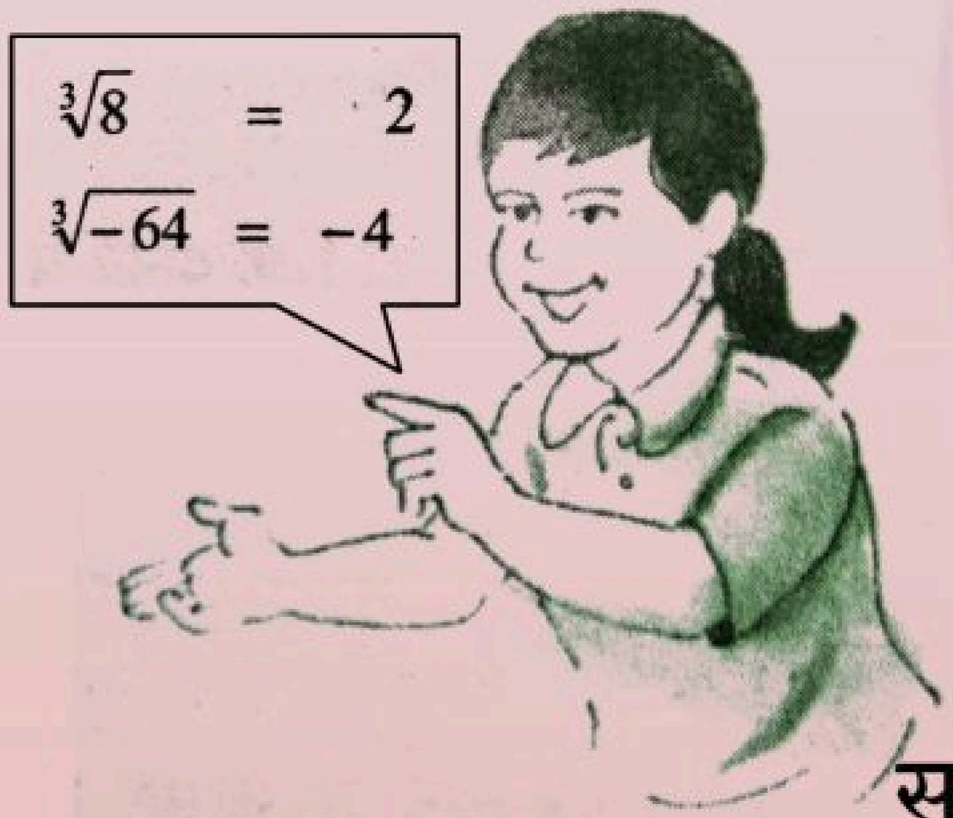


संख्या के वर्ग और वर्गमूल,
इन नियमों से तुम ज्ञात करो ज्ञात,
याद कर लो यह नियम,
और इन्हें करो तुम आत्मसात।।

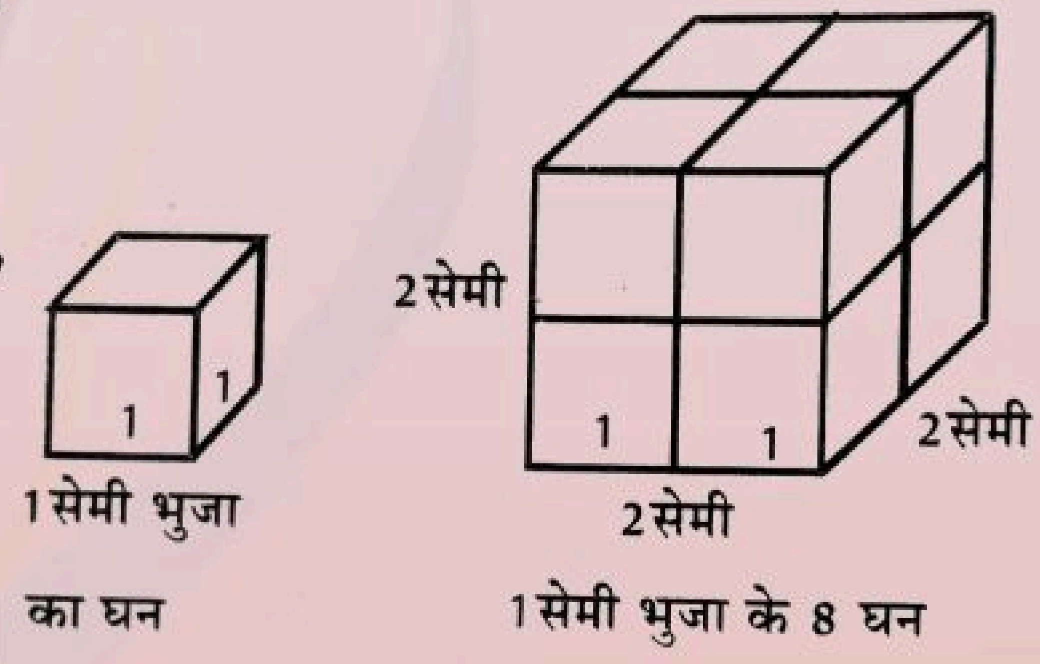
इकाई :3
घनमूल

$2 \times 2 \times 2$	=	2^3	=	8
$3 \times 3 \times 3$	=	3^3	=	27
$5 \times 5 \times 5$	=	5^3	=	125

तीन बार लो तुम एक संख्या,
उनका आपस में करो गुणा।
प्राप्त हो तुमको जो संख्या,
वही तो घन है संख्या का।।



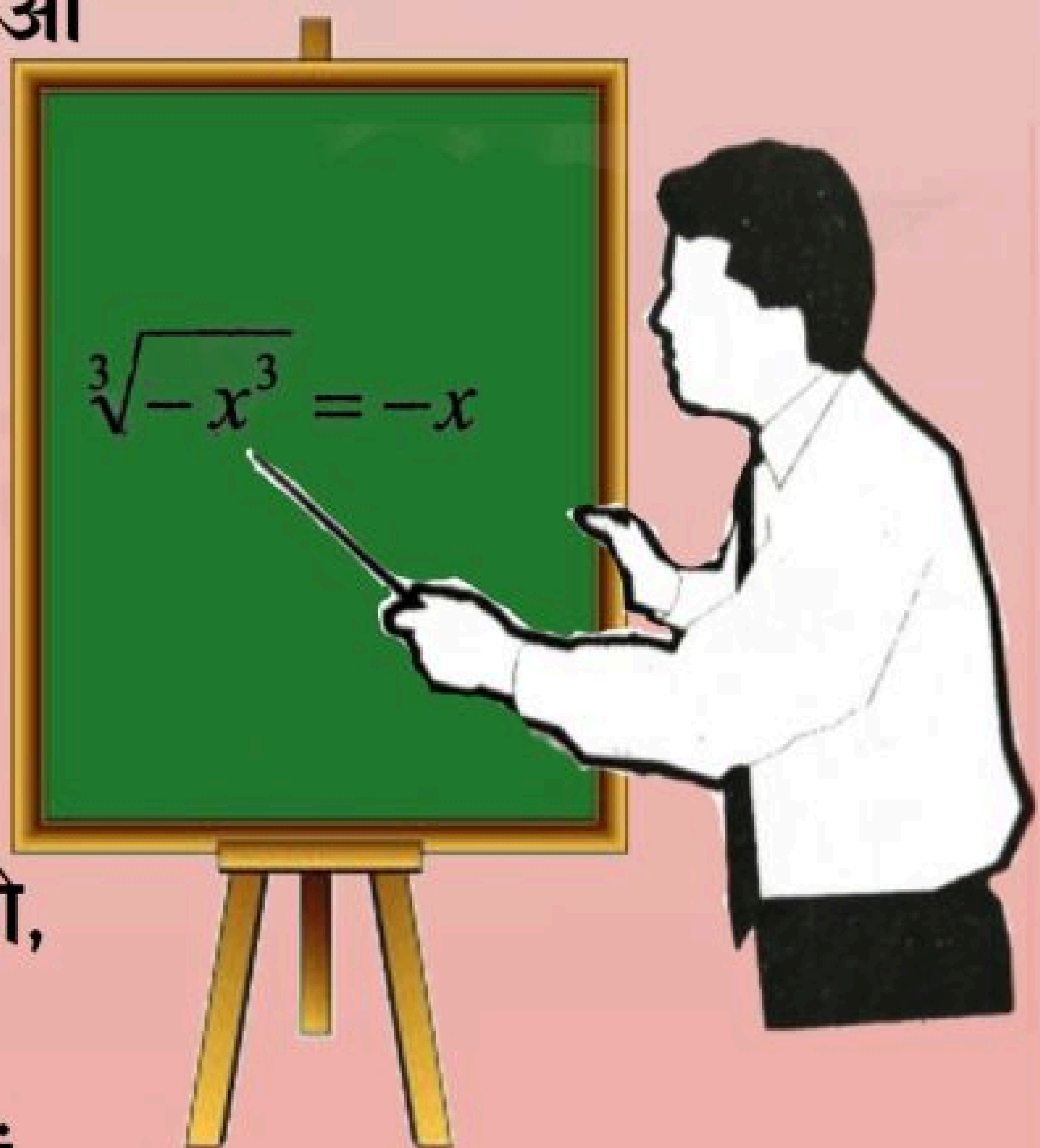
सम संख्या का घन बच्चों,
होती है सम संख्या।
विषम संख्या का घन,
होती सदैव विषम संख्या।।



संख्या के करो अभाज्य गुणनखंड,
समान गुणनखंडों के 3-3 त्रिक बनाओ।
चुनों हर त्रिक से एक गुणनखंड,
उनका गुणनफल ही घनमूल पाओ

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

ऋण पूर्णांक का घनमूल,
होता है ऋण पूर्णांक।
धन पूर्णांक का घनमूल,
होता है धन पूर्णांक।।



दशमलव संख्या का घनमूल भी,
दशमलव संख्या तुम पाओ।
व्यावहारिक प्रश्न जब तुम्हें मिलें,
घनमूल विधि से हल कर जाओ।।

इकाई-4
सर्वसमिकाएँ

सर्वसमिका है ऐसा बिजीय संबंध,
जो चर के प्रत्येक मान के लिए सत्य।
आओ पढ़ें कुछ ऐसे संबंध,
सर्वसमिका का ज्ञान हो जिससे प्रत्यय।।

दो पदों के योग का घन,
बच्चों जब हो निकालना।
सबसे पहले उन पदों के,
घनों का योगफल करना।।

फिर दोनों पदों का गुणा करो,
और गुणनफल का तीन गुना।
फिर दोनों पदों के योग से,
इस तिगुने गुणनफल का गुणा करना।।

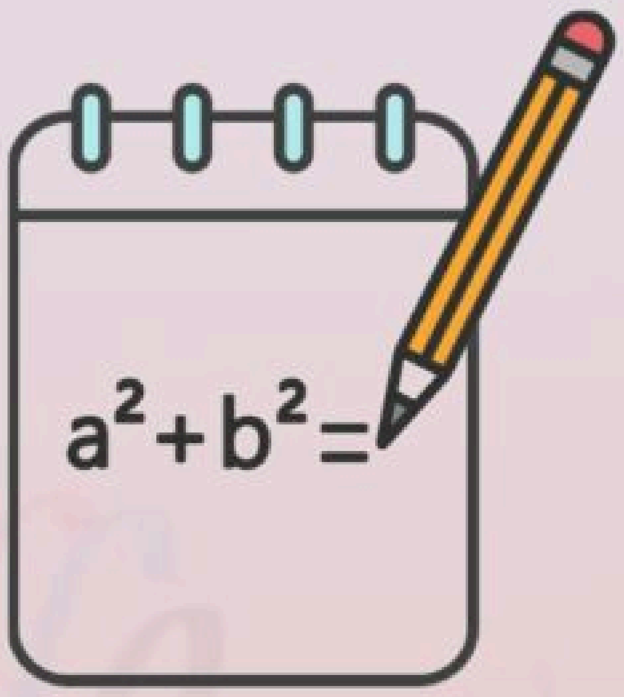
अब पदों के घनों के योग से,
प्राप्त गुणनफल को जोड़ना।
तब उत्तर जो प्राप्त हुआ,
दो पदों के योग का घन वही हुआ।।

दो पदों के अन्तर का घन भी,
हम इसी प्रकार से निकालते।
बस पूरी सर्वसमिका में,
धन चिन्ह को ऋण से हैं बदलते।।

तीन पदों के योग का,
जब हम करते हैं वर्ग।
सबसे पहले तीन पदों का,
करते हैं हम वर्ग।।

फिर आपस में दो-दो पदों का,
करते हैं क्रमशः गुणा,
और साथ में दोगुना,
तब जोड़ देते यह सभी छः पद,
यही है वर्ग तीन पदों के योग का।।

बच्चों इस अध्याय में,
सर्वसमिकाओं का है विस्तार।
अभ्यास करो तुम लिख लिख कर,
तभी पाओगे इसका सार।।



$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

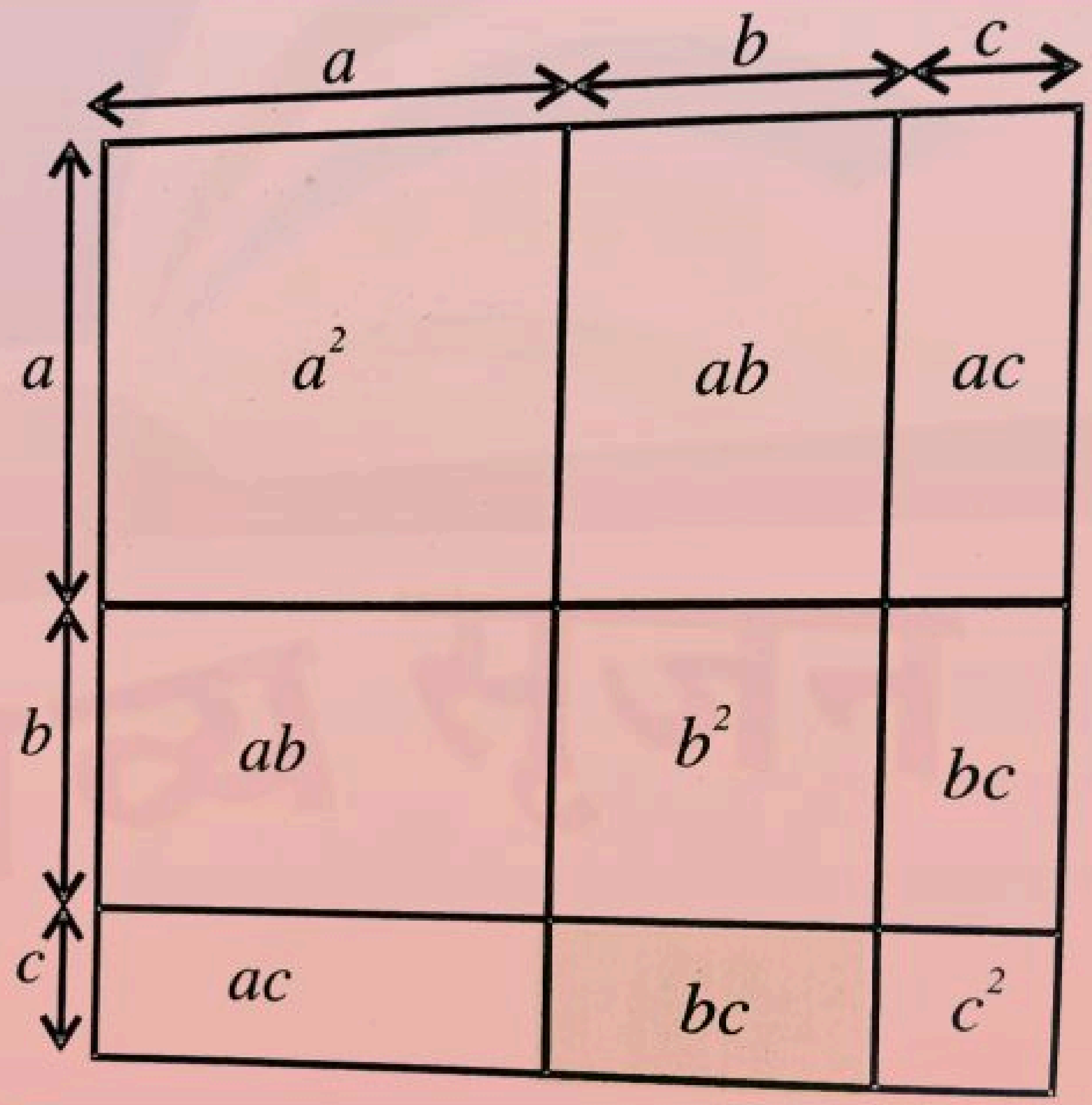
$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$

$(a+b)^4 = a^4 + b^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3$

(a - b)4 = $a^4 + b^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3$



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

इकाई-5
"बीजीय व्यंजकों का भाग एवं गुणनफल"

चर और अचर राशि से युक्त,
गणितीय संख्याओं के चिन्ह भी हो प्रयुक्त।
मिलकर बनता है जो व्यंजक,
वह कहलाए बीजीय व्यंजक।।

एक पदीय व्यंजक में जब,
देते हैं एक पदीय व्यंजक से भाग।
चर को चर से अचर को अचर से,
देना होता हमको भाग।।

शेष बचे जो पद,
उनका आपस में करो गुणा।
प्राप्त हो जो गुणनफल,
वही है भागफल व्यंजकों का।।

जब हम भाग की सक्रियाएं करें,
भाजक और भागफल का गुणा करें।
गुणनफल में शेषफल जोड़ दें,
इस प्रकार भाज्य को प्राप्त करें।।

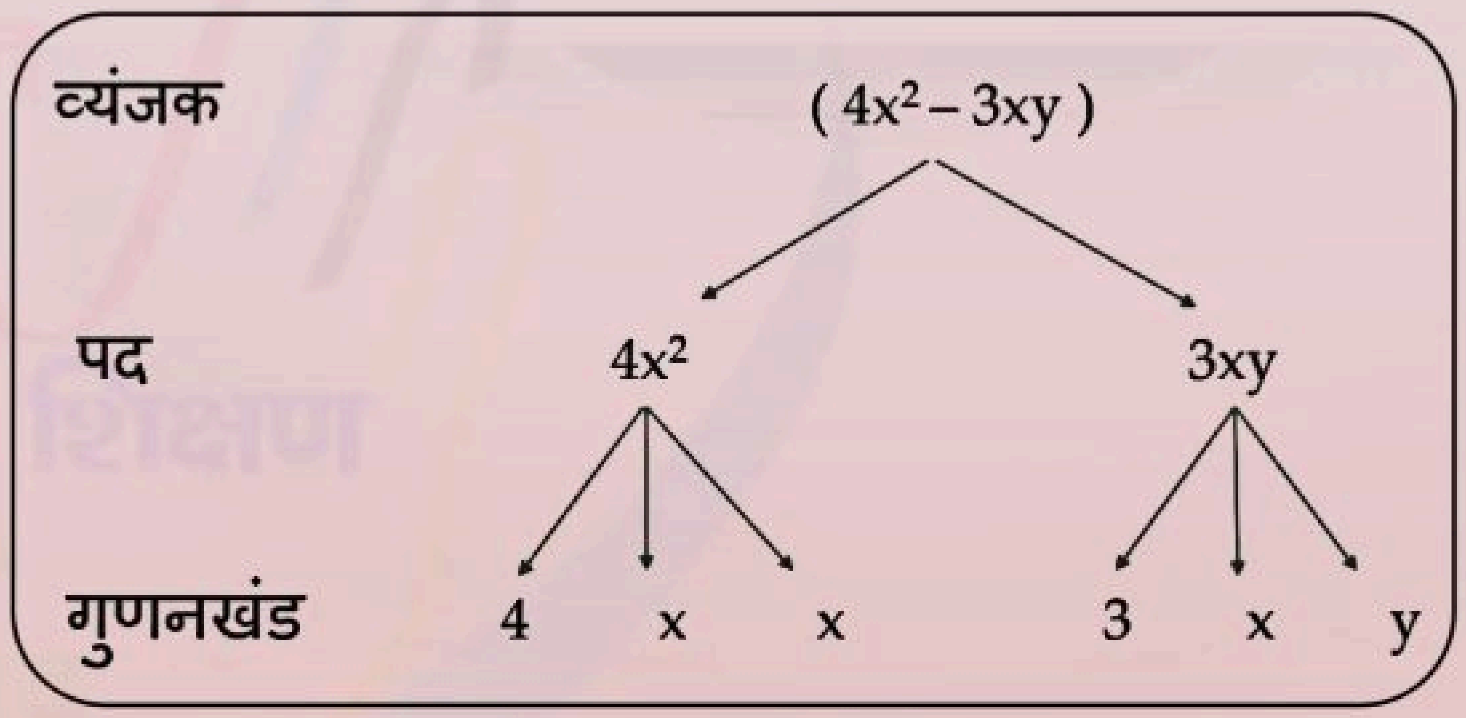
त्रिपदी व्यंजनों के गुणनखंड में,
सर्वसमिकाओं का प्रयोग करें।
सर्वसमिका के प्रयोग से हम,
आसानी से गुणनफल प्राप्त करें।।

जब प्राप्त करना हो हमको,
दो वर्गों का अन्तर।
तब हम उन वर्गों के वर्गमूल का,
योग करें और करें अन्तर।।

इन योग और अन्तर का,
हमें गुणा करना है।
गुणनफल ही दो वर्गों का अन्तर,
अभ्यास करो तुम इसका निरंतर।।

$$4 \times x$$

$$= 4x \longrightarrow$$ एक पद



भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

$$x^2 - x - 2$$

$x - 1 \;\big)\; x^3 - 2x^2 - x + 2$

$x^3 - x^2$

(–) (+)

$-x^2 - x + 2$

$-x^2 + x$

(+) (–)

$-2x + 2$

$-2x + 2$

(+) (–)

0

इकाई-6
" संख्याओं से खेल"

दो अंको की संख्या का,
जब व्यापक रूप हो प्राप्त करना।
झट इकाई के अंक में,
दहाई का दस गुना जोड़ना।।

$AB = 10 \times A + B$

तीन अंको की संख्या का,
जब व्यापक रूप को प्राप्त करना।
सैकड़े के अंक का सौ गुना करके,
दहाई के अंक का दस गुना करके,
इकाई के अंक से है जोड़ना।।

$prq = 100 \times p + 10 \times r + 1 \times q$

व्यापक रूप

जोड़,घटाना,गुणा,भाग,
हैं चार मूल संक्रियाएँ।
इनके प्रयोग से हम,
संख्याओं का खेल खेल पाएँ।।

जब किसी संख्या का,
इकाई का अंक हो सम संख्या।
दो से सदैव विभाजित होती,
यह नियम दो से विभाज्यता का।।

दो या अधिक अंकों की संख्या,
तीन या नौ से होगी तभी विभाज्य।
जब उसके अंको का योग भी,
तीन या नौ से हो विभाज्य।।

यदि शून्य या पाँच है,
किसी संख्या की इकाई।
वह संख्या पाँच से,
सदैव विभाज्य कहलाई।।

संख्याओं का खेल है यह,
बुद्धि तर्क का मेल है यह।
अभ्यास से इसमें होती वृद्धि,
कर लो ज्ञान की तुम अभिवृद्धि।।

विभाज्यता के नियम

2 से विभाज्यता का नियम :
जिस संख्या में इकाई का अंक 0, 2, 4, 6, व 8 हो, वह संख्या 2 से विभाज्य होती हैं।

5 से विभाज्यता का नियम :
किसी भी संख्या का इकाई का अंक शून्य (0) या पाँच (5) हो तो वह 5 से विभाज्य होगी।

9 से विभाज्यता का नियम :
यदि किसी संख्या में सभी अंको के योग में 9 का भाग पूर्णतः चला जाता है, तो वह संख्या 9 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

इकाई-7
"युगपत समीकरण"

दो अज्ञात चर वाले,
हो वो रैखिक समीकरण।
तब इनको ही कहते हैं,
युगपत समीकरण।।

युगपत समीकरण को,
जब हम हल करते हैं।
प्रतिस्थापन और विलोपन विधि से,
इनको सरल करते हैं।।

जब तुम किसी समीकरण को,
प्रतिस्थापन विधि से हल करो।
सर्वप्रथम एक चर का मान,
दूसरे चर के पद में रखो।।

प्राप्त मान को समीकरण में,
रखकर तुम हल करो।
अब प्राप्त इस चर के मान से,
दूसरे चर का मान प्राप्त करो।।

जब हम समीकरणों के हल की,
विलोपन विधि अपनाते।
एक चर का मान विलुप्त कर,
दूसरे चर का मान पाते।।

जब हम समीकरणों को,
आपस में हल करें।
धन और ऋण के चिन्हों का,
विशेष रूप से ध्यान रखें।।

समीकरण $2x + y = 5$ में x के सापेक्ष y के मान की सारणी

x	1	2	3	4	0	–1	–2	–3	–4
y	3	1	–1	–3	5	7	9	11	13

$$x + y = 7$$
$$2x - y = 8$$
$$3x \quad = 15$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$
$$3x = 4y$$
$$3x - 4y = 0$$

इकाई-8
"वर्ग समीकरण"

यदि किसी समीकरण में,
चर की अधिकतम घात है दो।
वर्ग समीकरण कहते हैं उसे,
भली प्रकार तुम समझ लो।।

$$ax^2 + bx + c = 0$$

प्रत्येक वर्ग समीकरण में,
संख्या के होते दो मान।
एक धनात्मक दूसरा ऋणात्मक,
मूल कहलाएँ यह मान।।

$$2x^2 - 3x + 5 = 0$$
$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

हल करना हो यदि वार्तिक प्रश्न,
तो यह तरकीब अपनाते।
भाषा में दिए हुए कथन को,
समीकरण बनाकर हल करते।।

$$2x^2 + 7x + 6$$
$$= 2x^2 + 4x + 3x + 6$$
$$= 2x(x+2) + 3(x+2)$$
$$= (2x+3)(x+2)$$

वर्ग समीकरण के हल हेतु,
समीकरण के गुणनखंड किये जाते
प्रत्येक गुणनखंड से चर का,
अलग-अलग मान प्राप्त करते।।

इकाई-9
"समान्तर रेखाएँ"

एक ही तल में हो जब स्थित ,
ऐसी दो रेखाएँ।
एक दूसरे को न करें प्रतिच्छेदित,
तब समांतर रेखाएँ कहलाएं।।

एक ही तल में हो जब स्थित ,
दो समांतर रेखाएँ।
इनके बीच की लंबवत दूरी,
सदैव समान कहलाए।।

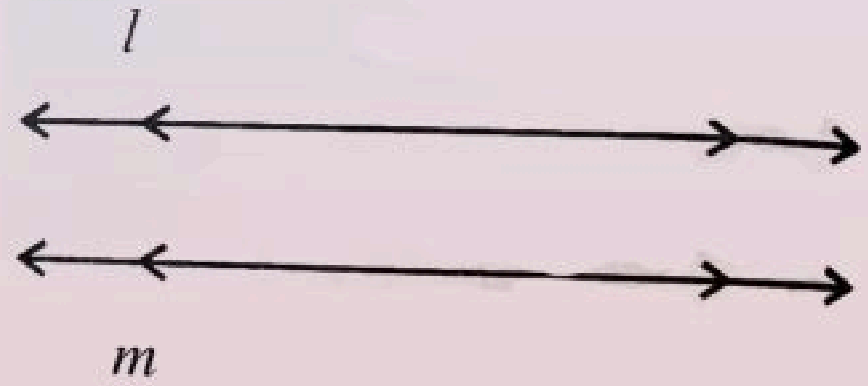
एक तल में हों जब स्थित ,
दो समांतर रेखाएँ।
इनको काटे जो रेखा ,
तिर्यक रेखा कहलाए।।

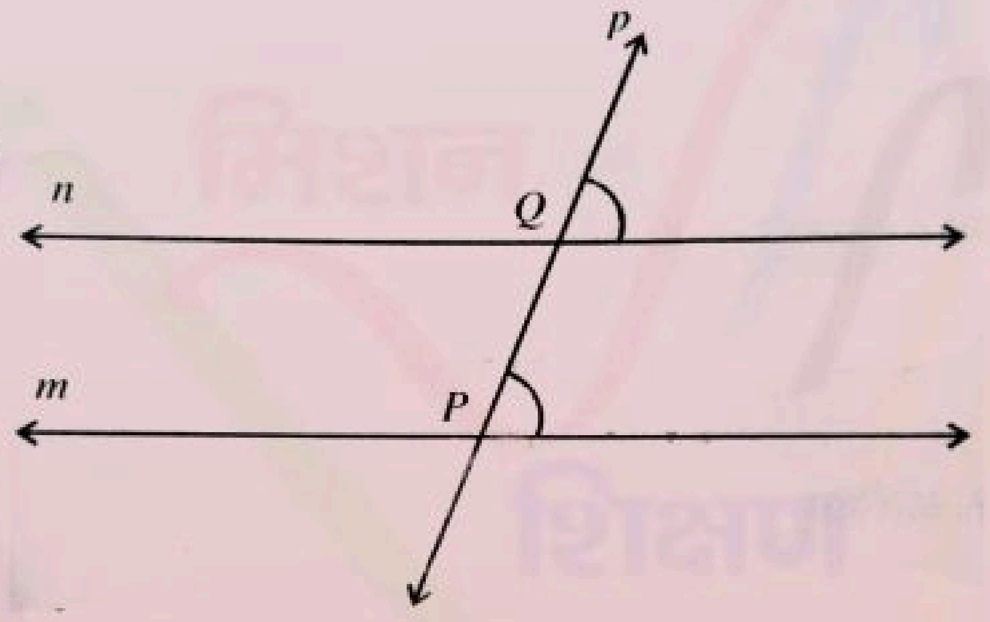
एक ही रेखा के समांतर ,
हों जब दो रेखाएँ।
वह रेखाएं भी आपस में ,
समांतर रेखाएँ कहलाएं।।

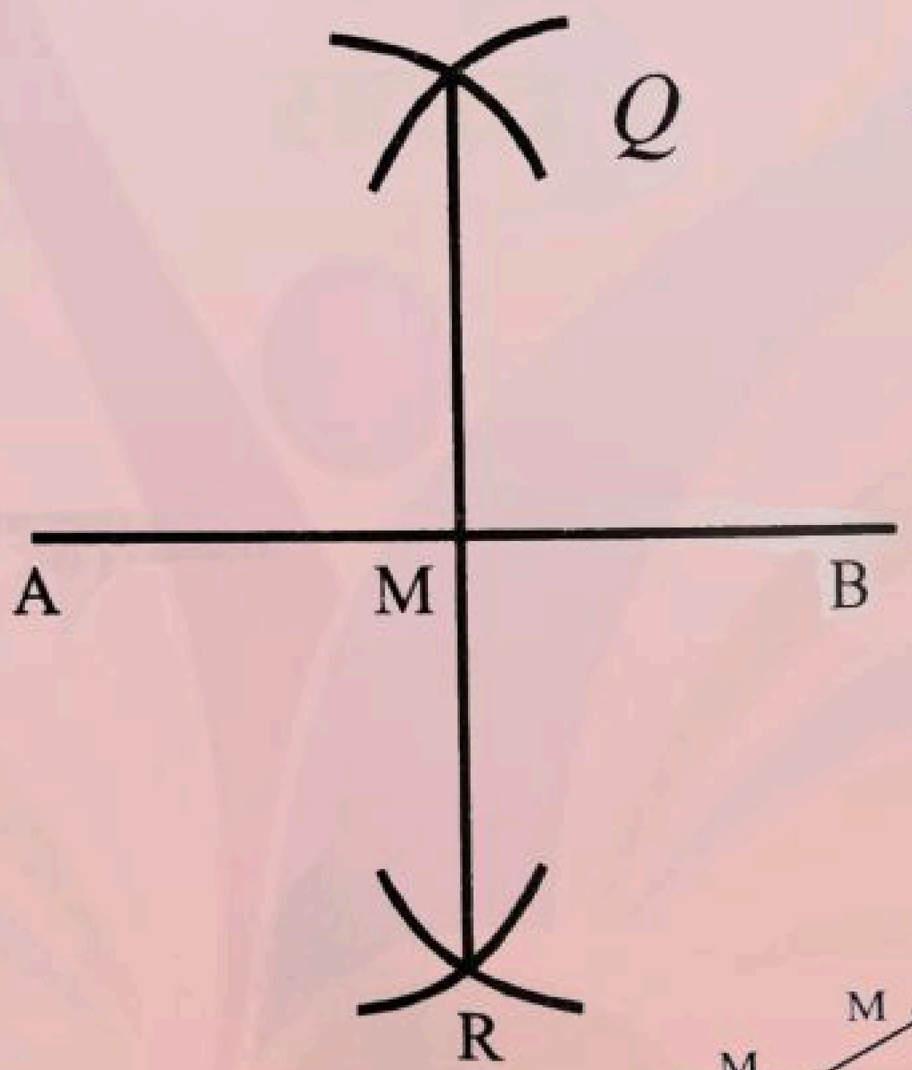
एक ही रेखा पर हो जब ,
दो लंब रेखाएँ।
वह लंब रेखाएं भी,
परस्पर समांतर हो जाएं।।

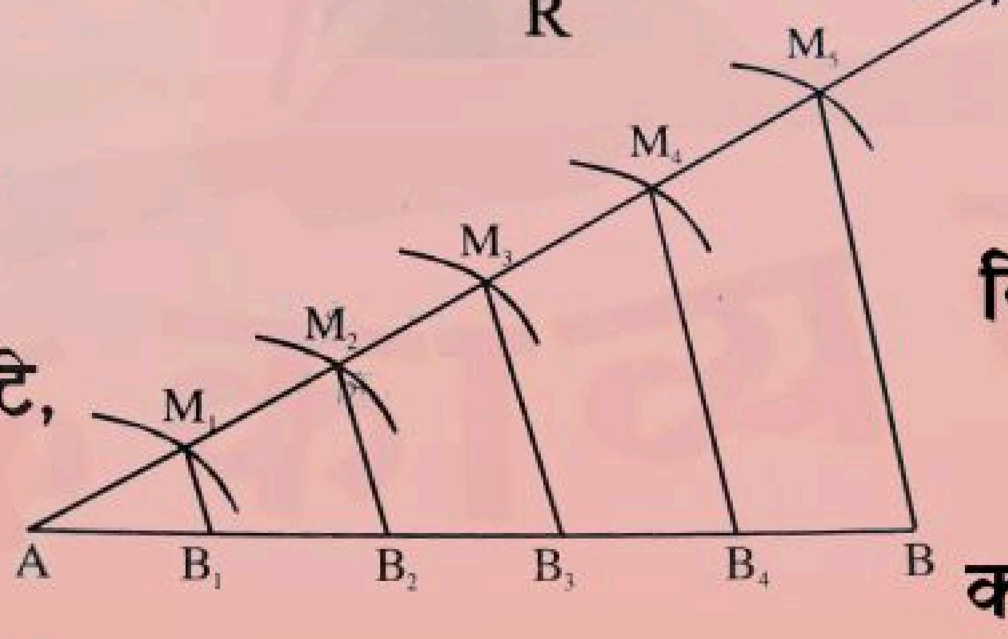
समांतर रेखाओं को जब काटे,
कोई तिर्यक रेखा।
इससे बनते संगत कोण,
सदैव बराबर होते ये कोण।।

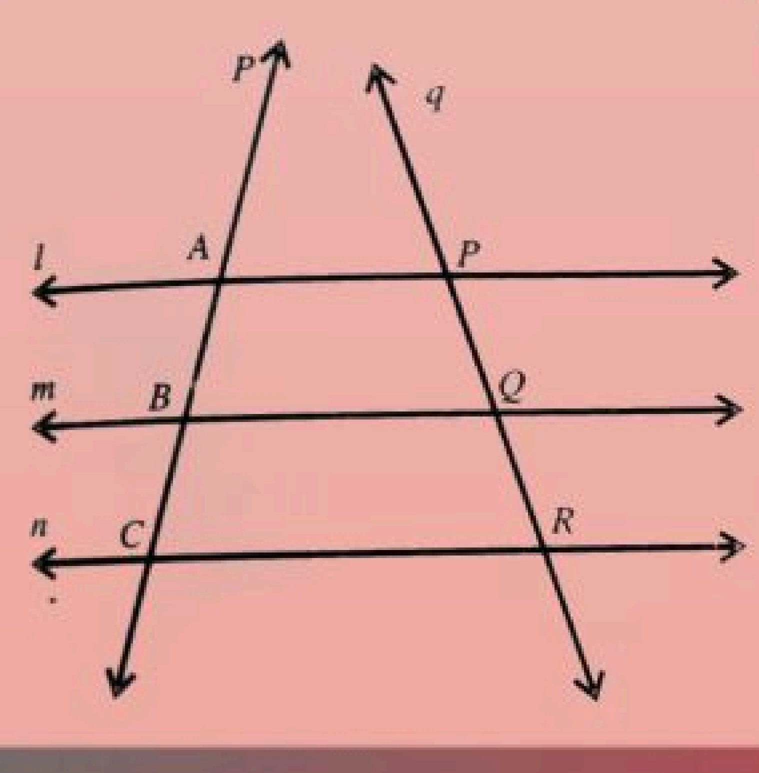
समांतर रेखाओं को जब काटे,
एक तिर्यक रेखा।
इनसे बनते एकांतर कोण,
सदैव समान होते यह कौन।।











समांतर रेखाओं को जब काटे,
कोई तिर्यक रेखा।
इनसे बनते शीर्षाभिमुख कोण,
सदैव समान होते यह कोण।।

यह थे कुछ प्रगुण बच्चों,
समांतर रेखाओं के।
याद कर लेंगे जब आप,
सदैव काम आएंगे आपके।।

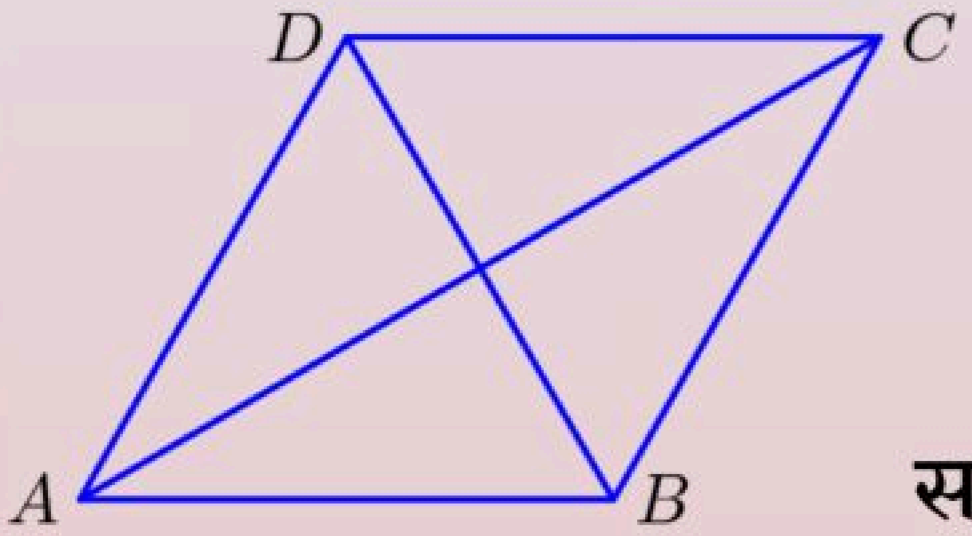
यदि किसी रेखाखंड को,
करना हो बराबर खंडों में विभक्त।
पटरी और परकार की सहायता से,
कर सकते हम इन्हें विभक्त।।

सर्वप्रथम खींचो रेखाखण्ड,
रेखाखण्ड के अत्यंत बिंदुओं से,
ऊपर नीचे चाप लगाओ।
दोनों चापों के कटान बिंदुओं को,
फिर तुम आपस में मिलाओ।।

मिलाते ही तुम को मिलेंगे,
दो बराबर रेखाखण्ड।
इसी प्रक्रिया से करते हैं,
किसी रेखाखण्ड के बराबर खण्ड।।

दिये गये रेखाखण्ड को यदि,
करना हो किसी अनुपात में विभक्त।
पटरी प्रकार की सहायता से हम,
कर सकते हैं इन्हें भी विभक्त।।

इकाई-10
" चतुर्भुज की रचनाएँ"

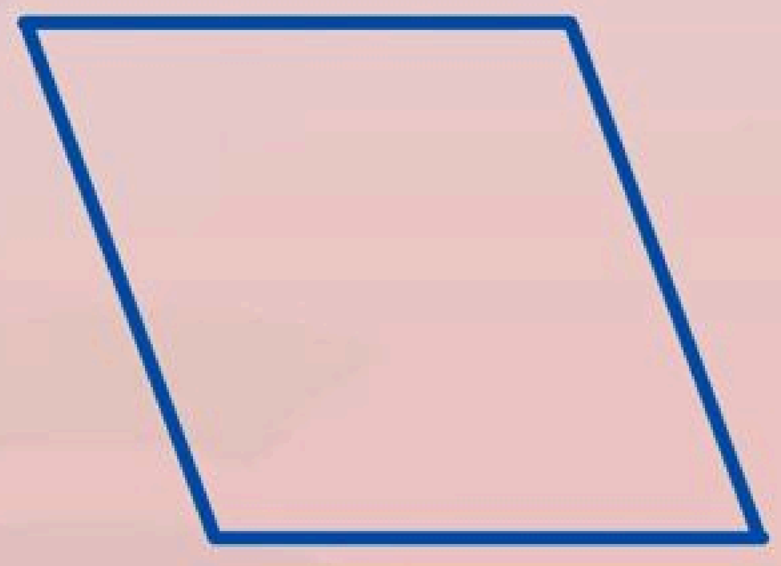


आयात

चार भुजाओं से घिरी,
जो है बंद आकृति।
वही है बच्चों चतुर्भुज।।

शीर्ष, भुजाएँ,कोण और विकर्ण,
चतुर्भुज के अंग हैं।
सम्मुख कोण और सम्मुख भुजाएँ भी,
इन अंगो के संग हैं।।

वर्ग

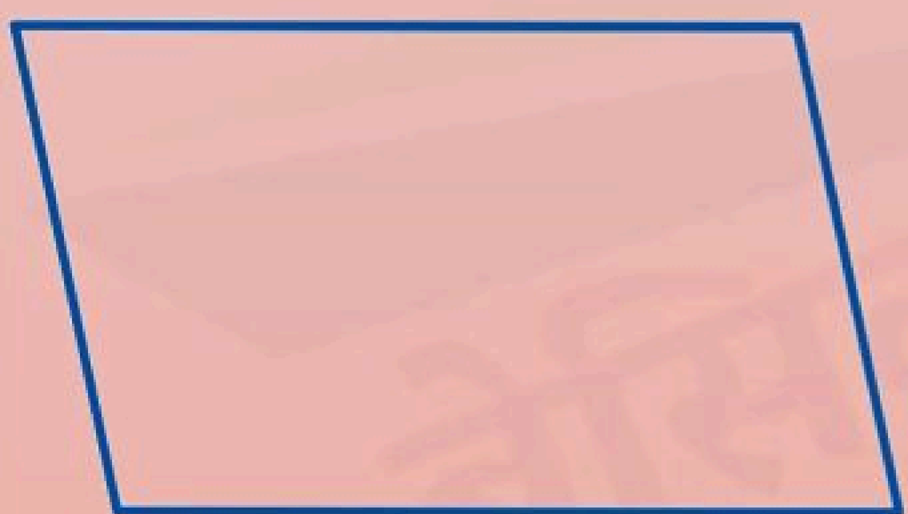


सम चतुर्भुज

समांतर चतुर्भुज के बच्चों,
होते हैं तीन प्रकार।
आयत,वर्ग और समचतुर्भुज,
होते हैं यह प्रकार।।

समलम्ब,उत्तल और अवतल,
यह भी हैं चतुर्भुज के प्रकार।
अलग अलग रचनाएँ इनकी,
और अलग कोण भुजाएँ इनकी।।

चतुर्भुज की चारों भुजाएँ,
और एक विकर्ण हो ज्ञात।
कर सकते हम इसकी रचना,
पटरी और परकार के साथ।।



समानांतर चतुर्भुज

समलंब चतुर्भुज

तीन भुजाएं और दो विकर्ण,
जब हम को ज्ञात हो।
रचना कर दे हम चतुर्भुज की,
पटरी,परकार जब साथ हो।।

तीन भुजाएँ और दो मध्यस्थ कोण,
या चार भुजाएं और एक कोण,
जब हमको हों ज्ञात।
रचना कर दें हम चतुर्भुज की,
पटरी,परकार के साथ।।

इकाई-11
"वाणिज्य गणित"

चक्रवृद्धि मिश्रधन से जब हम,
मूलधन देते घटा।
तब मिलती हमको जो राशि,
वही चक्रवृद्धि ब्याज होता॥

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{मिश्रधन } A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

दर प्रतिशत को एक से जोड़ो,
उस पर लगाओ समय की घात।
तब गुणा करके मूलधन से,
चक्रवृद्धि मिश्रधन करते हम ज्ञात॥

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$A = P \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$CI = (A - P)$$

$$CI = \left[P \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - P\right]$$

$$CI = P\left[\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - 1\right]$$

जहां A= मिश्रधन
P= मूलधन
r= दर
t= समय

यदि ब्याज है छमाहीं देय,
समय दोगुना और दर आधी होगी।
और यदि ब्याज है तिमाही देय,
समय चार गुना और दर चार गुनी होगी॥

यदि वृद्धि की दर में हो बढ़ोत्तरी,
तो समय और दर होंगे धनात्मक।
यदि हो अवमूल्यन की स्थिति,
तो समय और दर होंगे ऋणात्मक॥

....

इकाई-12
" बैंकिंग"

आओ बच्चों तुम्हें बताएं,
बैंक का हम अर्थ समझाएं।
बैंक है एक ऐसी संस्था,
लेन-देन जिसमें हो धन का।।

बैंक में हर खाताधारी,
खुलवाता अपना खाता।
इन खातों से होता कार्य,
धन आहरण और वितरण का।।

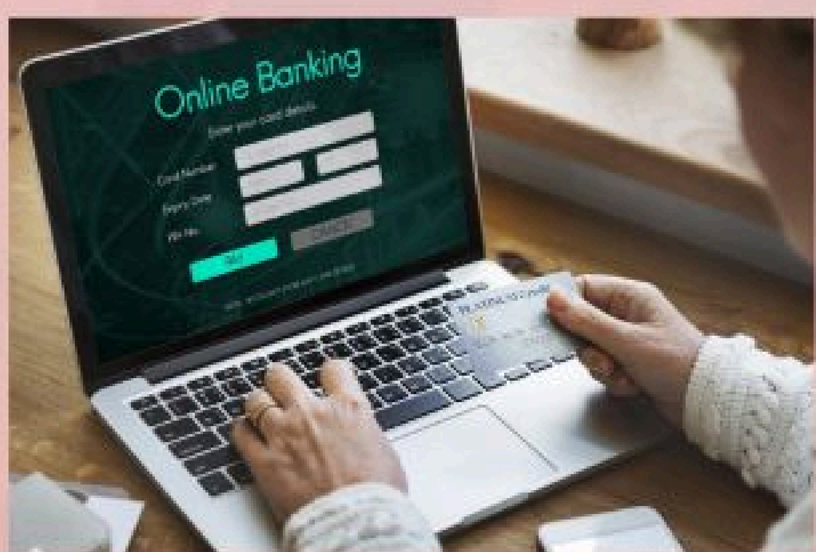
बैंक में खुलवाते हैं,
कई प्रकार के खाते।
जिनमें से कुछ प्रमुख प्रकार,
आज हम आपको बतलाते।।

पहला खाता बचत खाता,
कम और मध्यम आय वर्ग के,
लोगों द्वारा खुलवाया जाता।
इस खाते में जमा राशि पर,
खाताधारी कुछ ब्याज पाता।।

दूसरा खाता चालू खाता,
बड़े व्यापारी,कंपनियों,संस्थाओं,
निगम द्वारा यह खुलवाया जाता।
इस खाते में जमा राशि पर,
खाताधारी नहीं कोई ब्याज पाता।।

तीसरा खाता सावधि जमा खाता,
इसमें धन निश्चत अवधि के लिए,
बैंक में जमा किया जाता।
समयावधि समाप्ति पर खाताधारी,
ब्याज सहित धन को पाता।।

चौथा खाता है कहलाता,
आवर्ती जमा खाता।
धन प्रतिमाह निश्चित अवधि पर,
इसमें जमा किया जाता।
खाताधारी इस खाते में,
समयावधि समाप्ति पर अधिक ब्याज पाता।।



अंतिम खाता अल्पव्यस्क खाता,
10 से 18 वर्ष के बीच,
बच्चों का यह खुलवाया जाता।

यह थे प्रकार कुछ खातों के,
याद करो तुम समझ के।
करो नहीं तुम इसमें देरी,
बैंकिंग ज्ञान है बहुत जरूरी।।

एक शर्त रहित आज्ञा पत्र,
कहलाता है चेक।
सम्बन्धित खाते से धन निकालने के,
काम आता है चेक।।

चेक के होते तीन प्रकार,
वाहक चेक और आदेशित चेक।
तीसरा होता रेखांकित चेक।।

वाहक चेक से धन निकासी,
स्वयं या वाहक द्वारा की जाती।
आदेशित चेक से धन निकासी,
आदेशित व्यक्ति द्वारा ही की जाती।।

ए.टी.एम. का पूरा नाम,
ऑटोमेटेड टेलर मशीन है।
ए.टी.एम. कार्ड के द्वारा धन,
निकालती यह मशीन है।।

त्वरित धन निकासी का,
यह है उत्तम साधन।
दिन के चौबीस घंटों में,
हम इससे निकाल सकते धन।।

ऑनलाइन बैंकिंग द्वारा,
घर बैठे हम सुविधा पाते।
कॉलेज की फीस, मोबाइल बिल आदि,
घर बैठे जमा किए जाते।।

इकाई-13
"वृत्त और चक्रीय चतुर्भुज"

ऐसे बिंदुओं का बिंदुपथ,
स्थिर बिंदु से जिनकी दूरी।
होती है नियत,
कहलाता है वृत्त।।

वृत्त के बीचों-बीच जो आता,
वही बिन्दु केंद्र कहलाता।
वृत्त के दो सिरों को मिलाती,
वह रेखा जीवा कहलाती।।

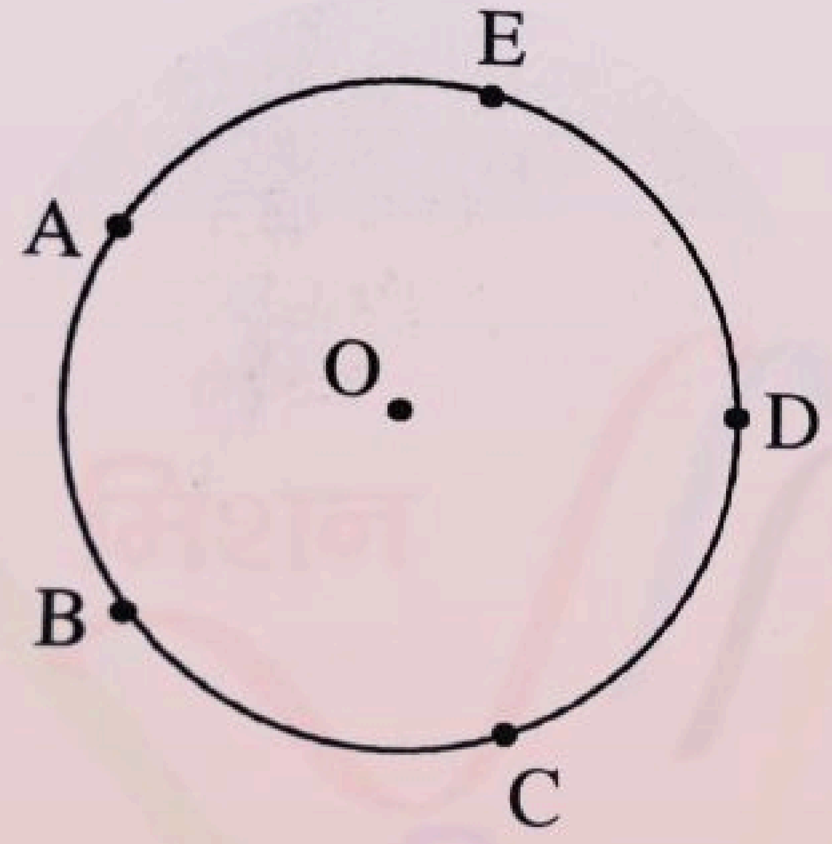
वृत्त के केंद्र से जीवा पर,
लम्ब रेखा जो डाली जाती।
जीवा को वह रेखा,
समद्विभाजित कर जाती।।

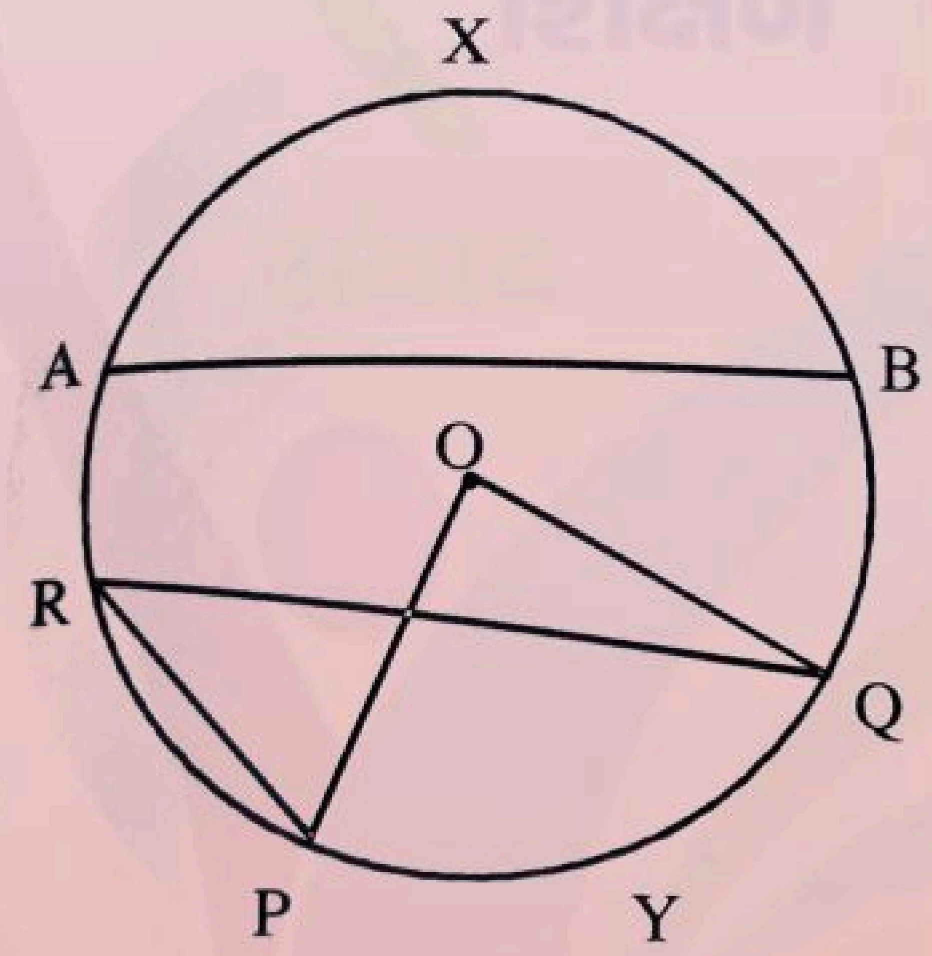
किसी वृत्त की समान जीवाएँ,
यदि केंद्र पर कोण बनाएँ।
तो यह समान जीवाएँ,
सदैव समान कोण बनाएँ।।

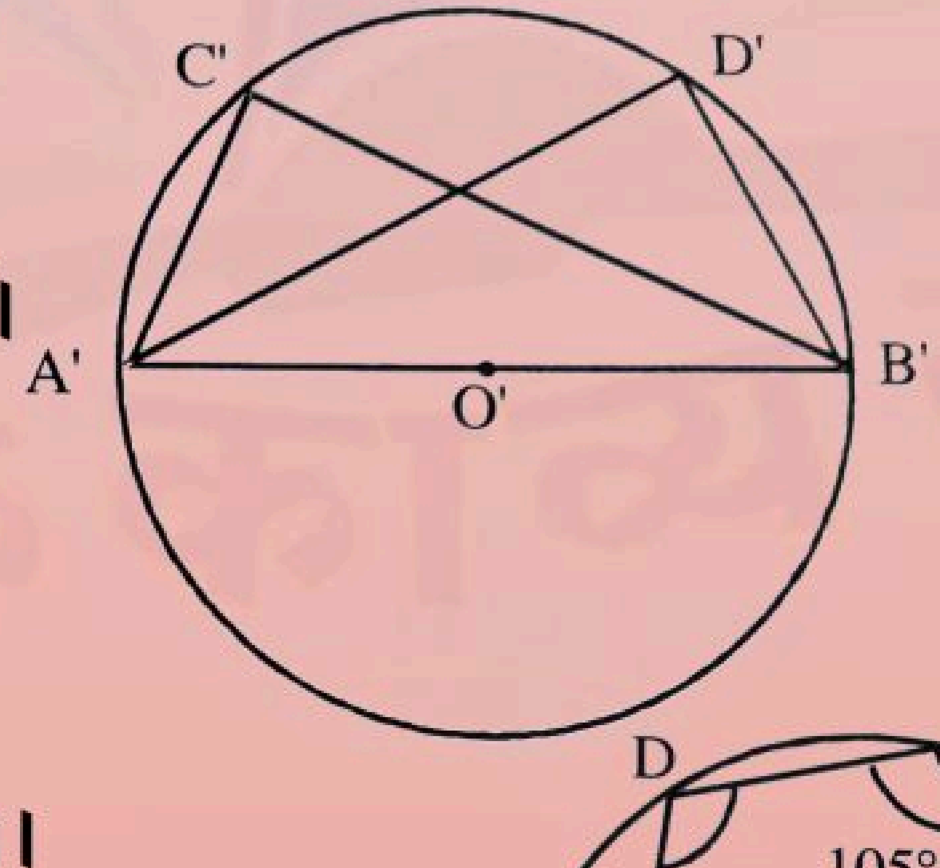
आओ बच्चों तुम्हें सिखाएँ,
चक्रीय चतुर्भुज हम समझाएँ।

यह है ऐसा चतुर्भुज,
जिसके चारों शीर्ष।
होते एक ही व्रत पर,
तब बनता है चक्रीय चतुर्भुज।।

आओ बच्चों तुम्हें सिखाएँ,
चक्रीय चतुर्भुज के कोण बताएँ।







चक्रीय चतुर्भुज में बच्चों,
होते हैं चार कोण।
चतुर्भुज के चारों शीर्षों पर,
होते हैं यह चार कोण।।

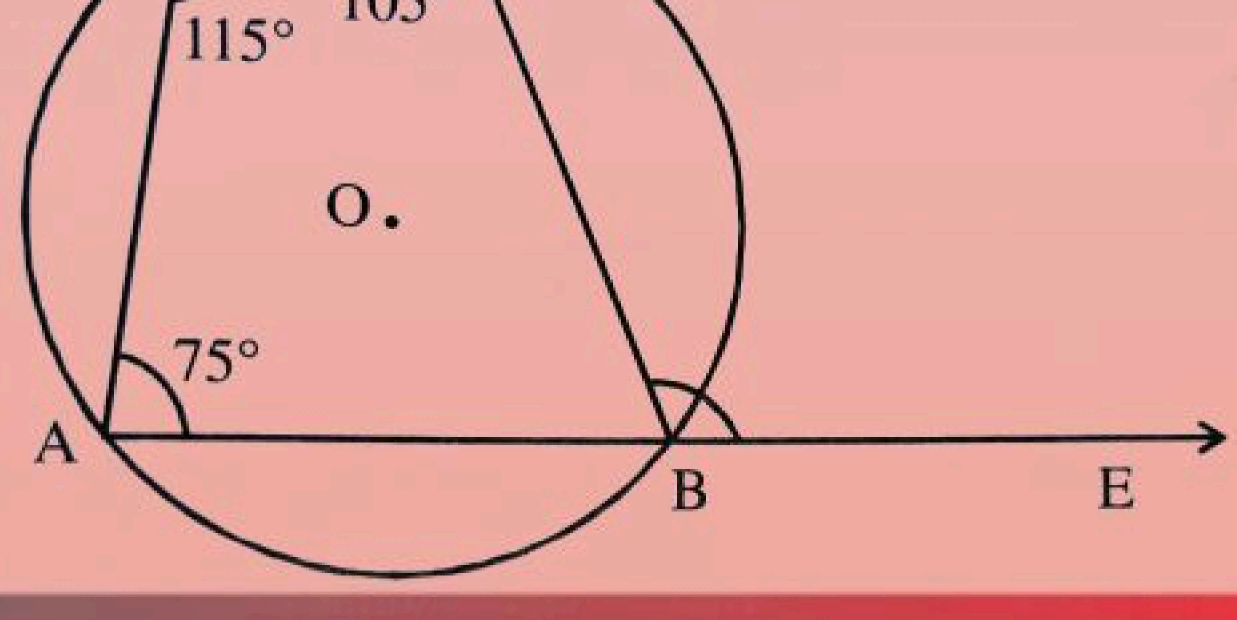
आओ बच्चों तुम्हें सिखाएँ,
सम्मुख कोण का अर्थ बताएँ।

चक्रीय चतुर्भुज में बच्चों,
होते हैं चार कोण।
आमने सामने हो जो कोण,
वही कहलाएँ सम्मुख कोण।।

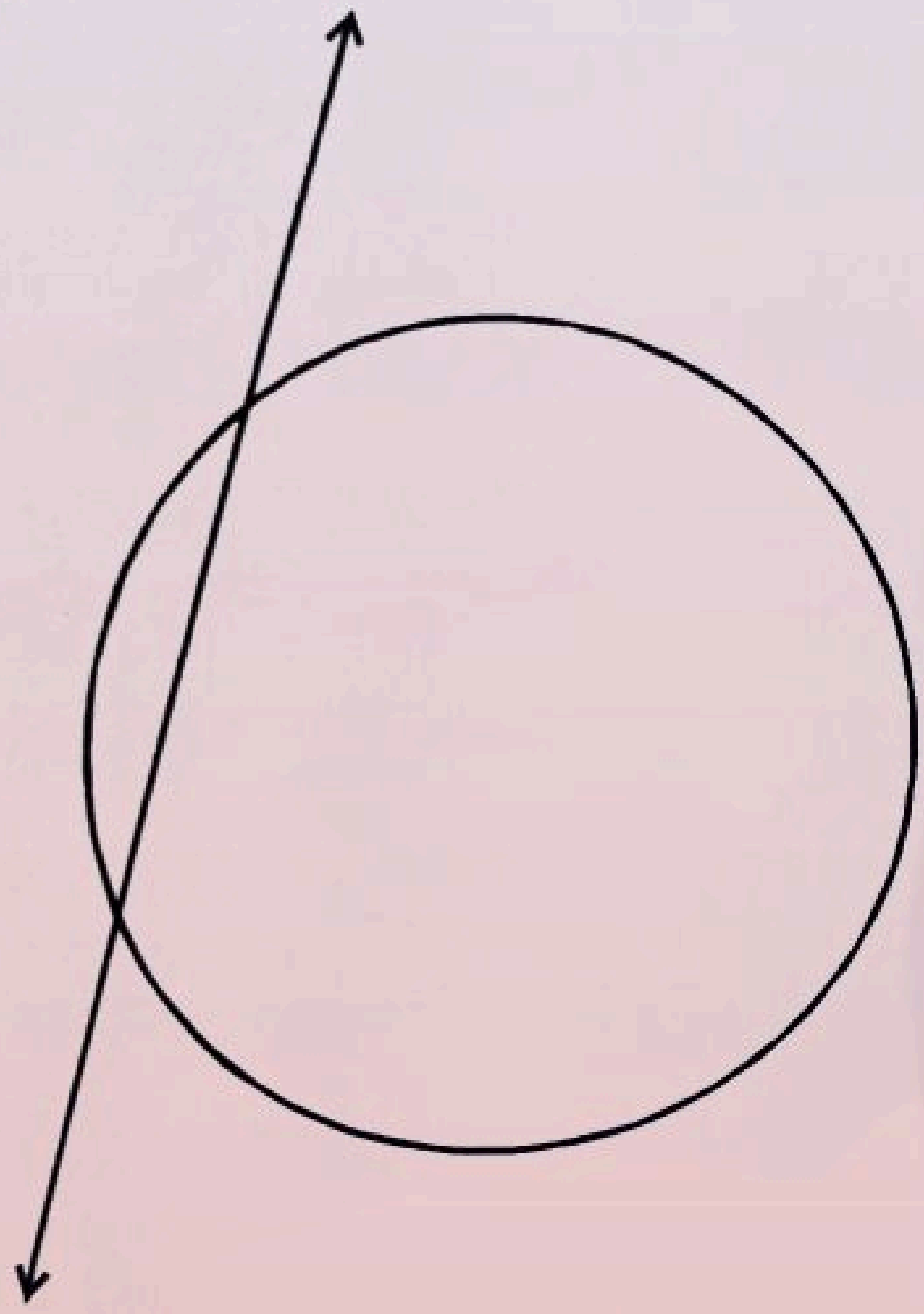
आओ बच्चों तुम्हें सिखाएँ,
सम्मुख कोण का मान बताएँ।

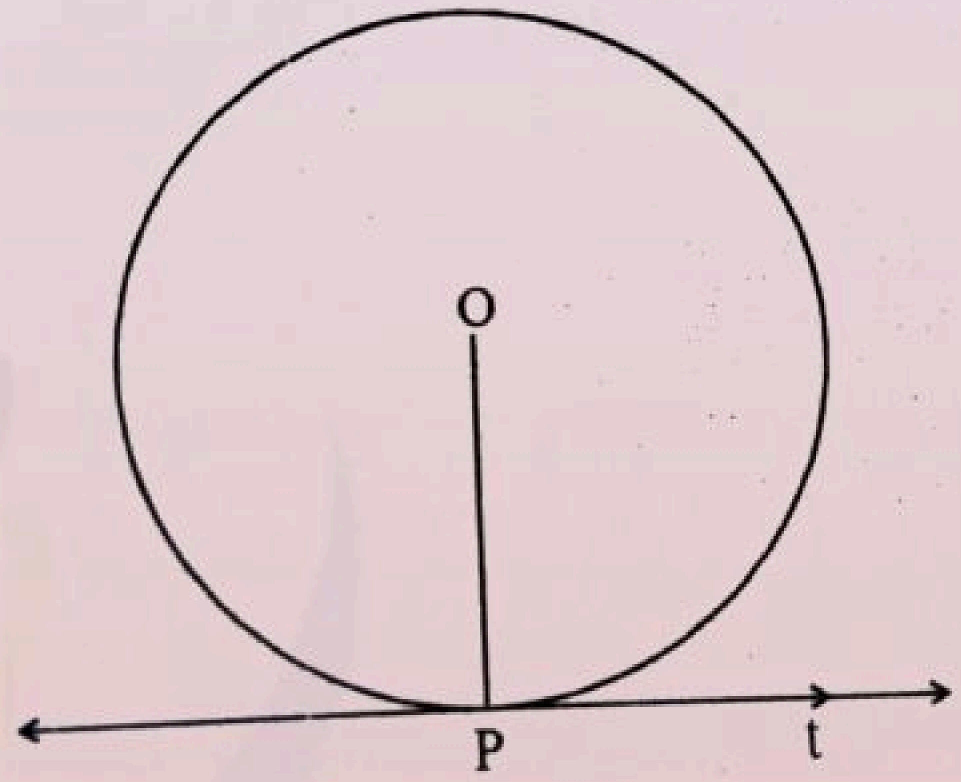
एक चक्रीय चतुर्भुज में,
सम्मुख कोण के युग्म दो।
इनका योग सदैव 180 अंश,
इन्हें संपूरक कोण समझो।।

अब तुम समझ गए हो बच्चों,
चक्रीय चतुर्भुज की अवधारणा।
अच्छी तरह से याद करना,
बात हमारी तुम मानना।।



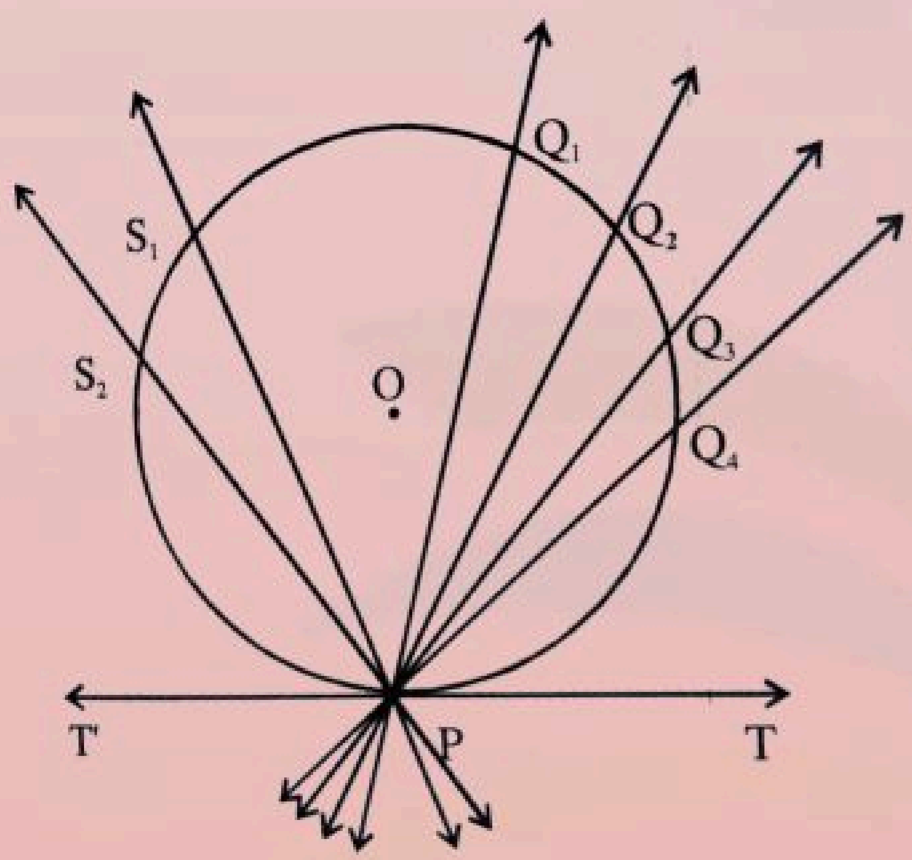
इकाई-14
"वृत्त की स्पर्श रेखाएँ"

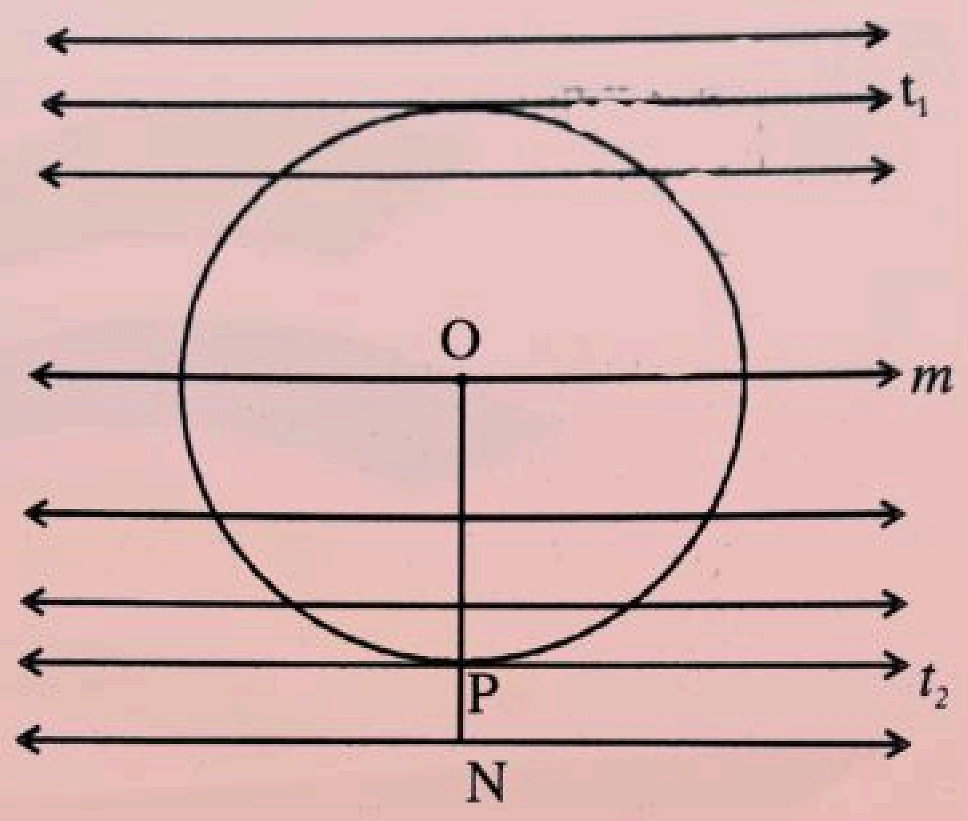




आओ बच्चों तुम्हें बताएं,
वृत्त की आज दो रेखाएं।
छेदिका और स्पर्श रेखा में,
आज तुम्हें अंतर समझाएं।।

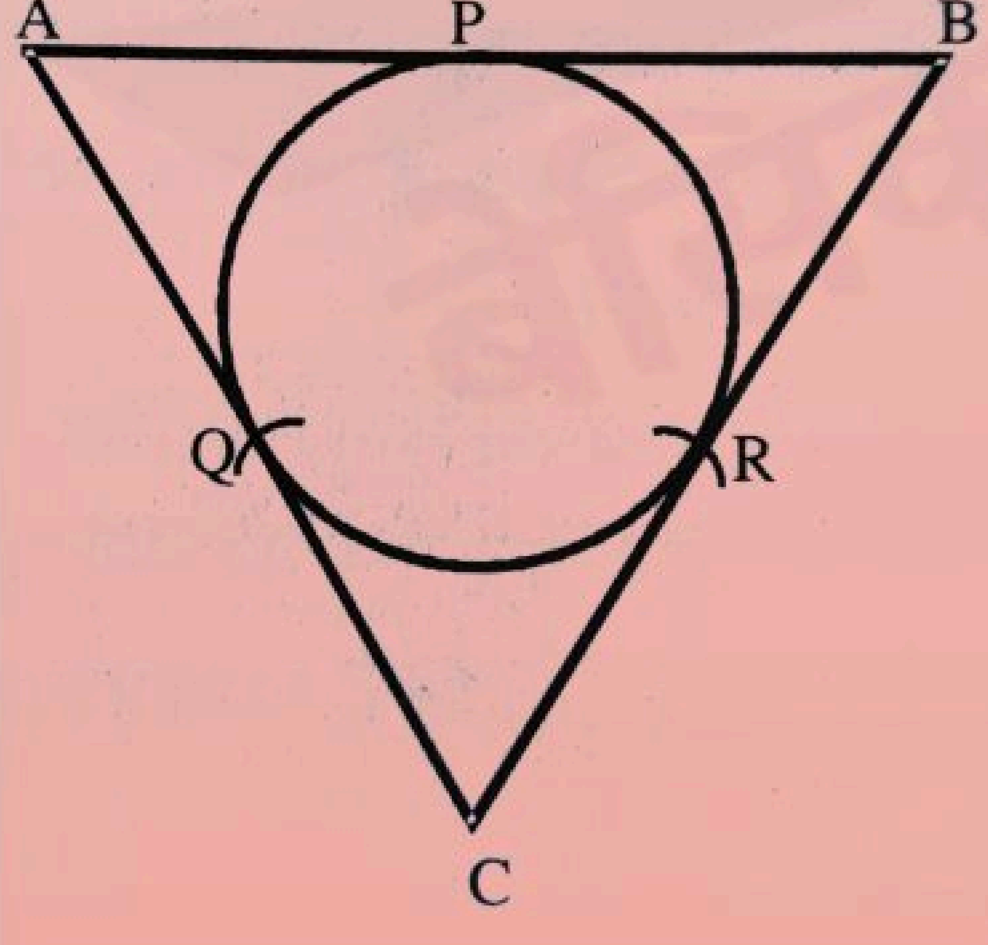
वृत्त को जो छेद कर जाती,
वह रेखा छेदिका कहलाती।
यदि वृत्त को स्पर्श कर जाती,
तो वह स्पर्श रेखा कहलाती।।

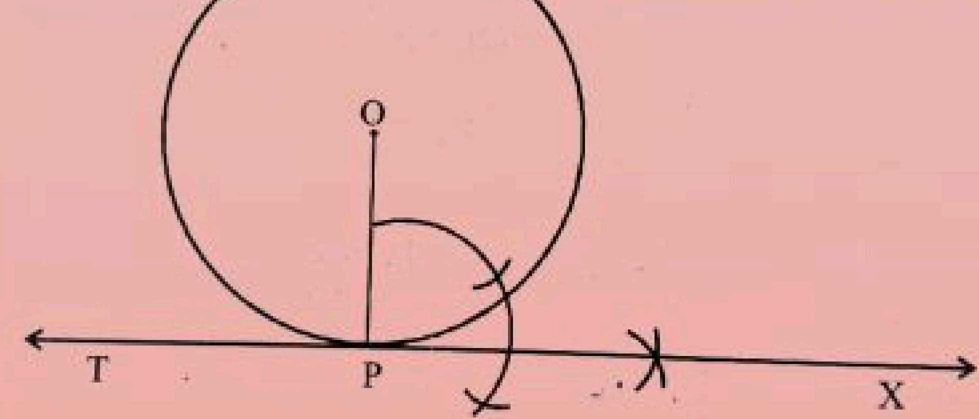




वृत्त को दो बिंदुओं पर,
छेदिका करती है प्रतिच्छेदित।
जबकि केवल एक ही बिंदु पर,
स्पर्श रेखा करें प्रतिच्छेदित।।

यह है बच्चों मूल अन्तर,
छेदिका और स्पर्श रेखा का।
याद करो तुम ध्यान लगाकर,
तभी ज्ञान बढ़े हम सबका।।



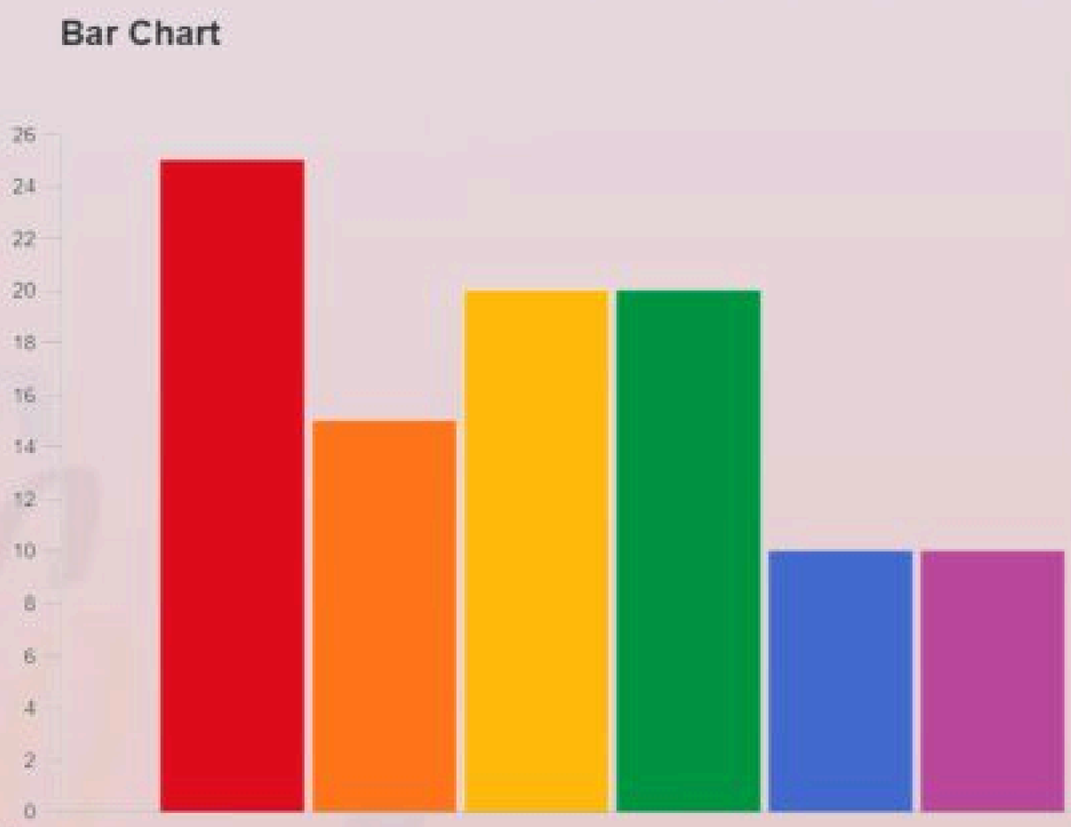


वृत्त के किसी बिंदु पर,
हम पाएं अनंत छेदक रेखाएँ।
जबकि स्पर्श रेखा को,
हम केवल एक ही पाएँ।।

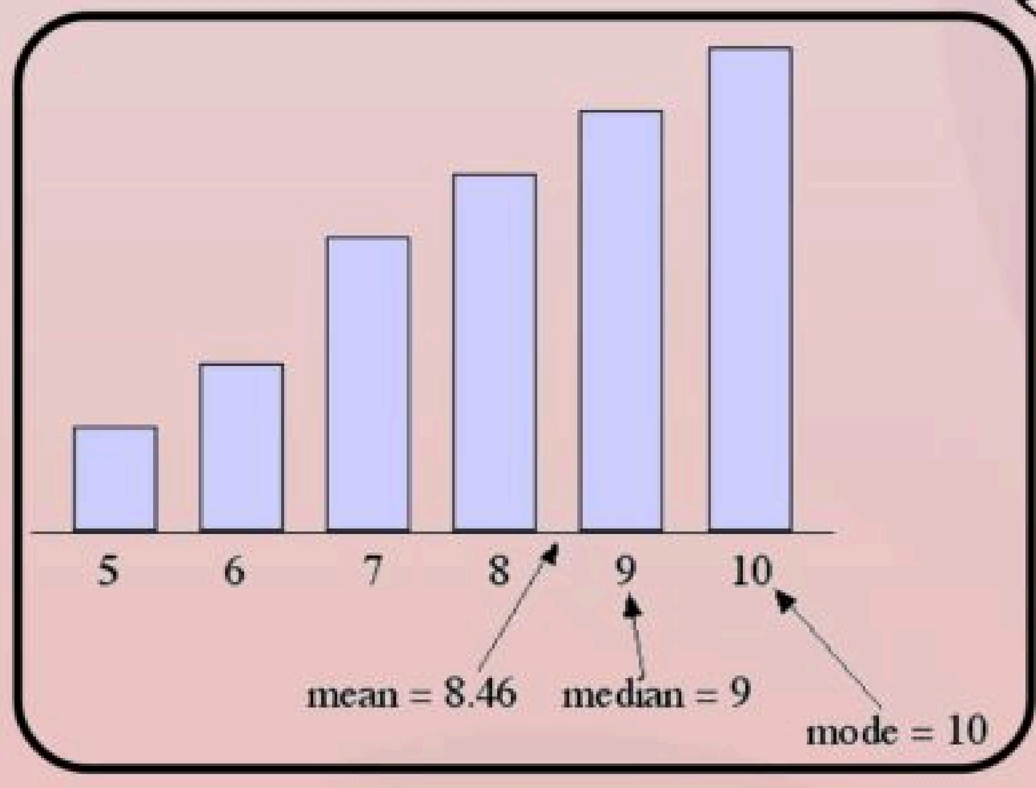
स्पर्श रेखा और स्पर्श बिंदु से,
खींची जाए जो त्रिज्या।
परस्पर लंब होती वह त्रिज्या।।

इकाई-15
"साँख्यिकी"

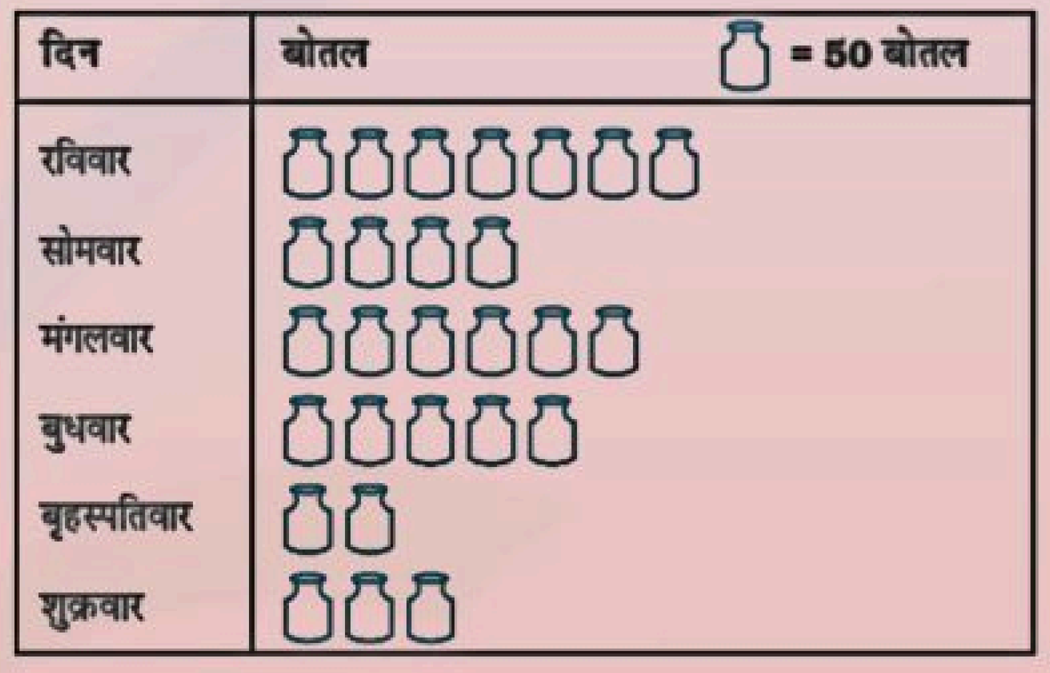
वह संख्या जिसके आसपास,
सभी आंकड़े वितरित होते।
केंद्रीय प्रवृत्ति की माप,
इस संख्या को हम कहते।।



केंद्रीय प्रवृत्ति की मापों के,
होते हैं तीन प्रकार।
समांतर माध्य,माध्यिका,बहुलक,
हैं यह तीनों प्रकार।।



आंकड़ों को आरोही,अवरोही,
क्रम यदि सजा होता।
मध्य में पड़ने वाला पद ही,
आंकड़ों की माध्यिका होता।।

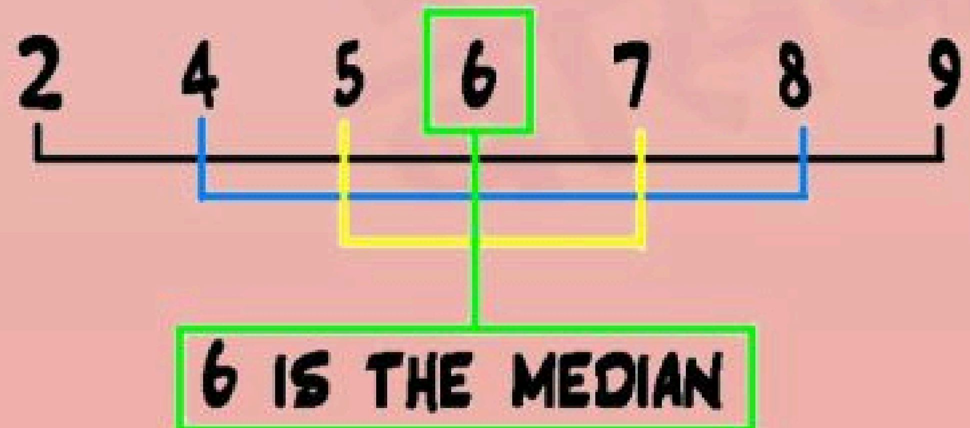


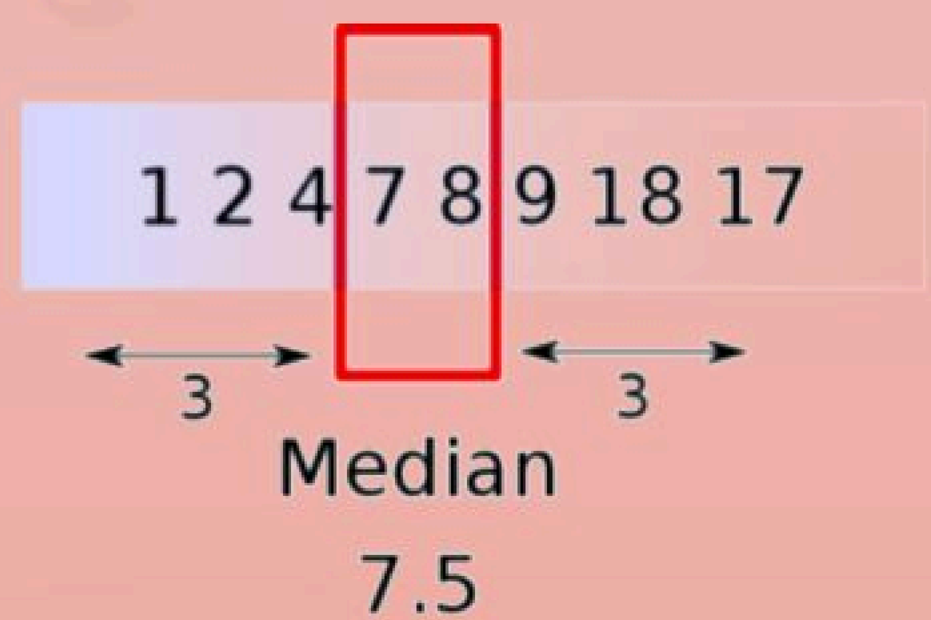
यदि आंकड़ों की संख्या सम तो,
मध्य पद होता माध्यिका।
यदि आंकड़ों की संख्या विषम तो,
मध्य पदों का औसत माध्यिका।।

माध्यिका = $\left\{\frac{n}{2}\right\}^{th}$ पद

माध्यिका = $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ term

आंकड़ों के समूह में जो पद,
सबसे अधिक बार आए।
वह पद उस समूह का,
बहुलक कहलाए।।





ग्राफ द्वारा आंकड़ों का निरूपण,
कहलाता है आयत चित्र।
वर्ग अंतराल को आधार,
और बारंबारता को ऊंचाई,
मानकर बनता है आयत चित्र।।

इकाई-16
"संभावना प्रायिकता"

$$0 \le P(A) \le 1$$

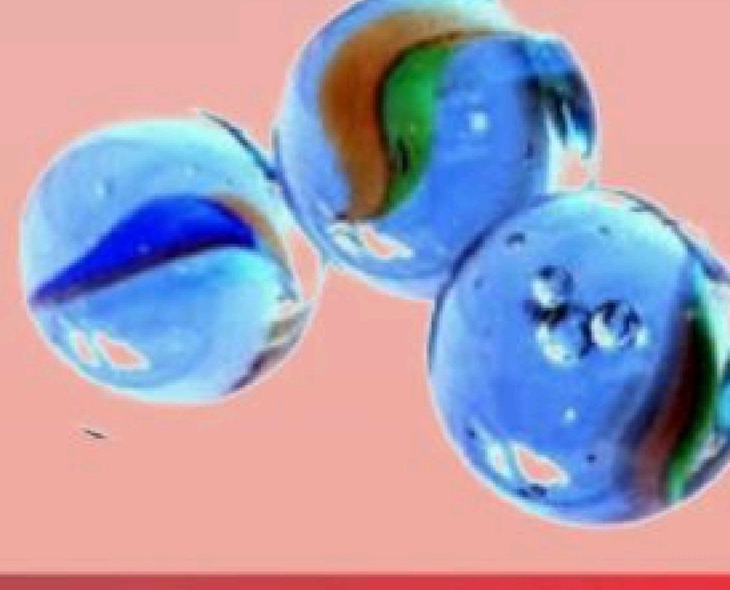
किसी प्रयोग में घटना के,
घटित होने या ना होने का।
जब हम पूर्वानुमान लगाते,
इसी को हम संभावना बताते।।

संभावनाओं से संबंधित आंकड़ों का,
अध्ययन जब हम करते हैं।
इसी को संभावनाओं की,
सांख्यिकी हम कहते हैं।।

किसी सिक्के को उछालने पर,
हमें मिले यह ज्ञान।
शीर्ष या पूँछ ऊपर आने की,
संभावना होती समान।।

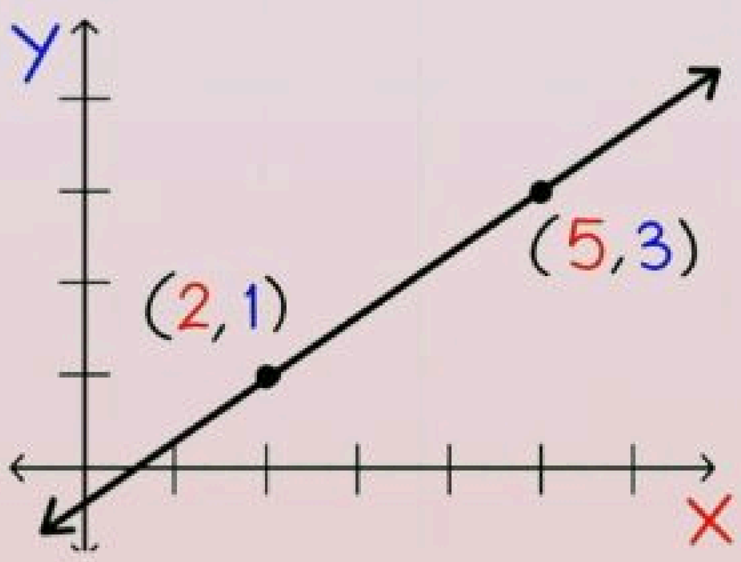
किसी पासे को उछालने पर,
हमें मिले यह ज्ञान।
अंकित प्रत्येक अंक ऊपर आने की,
संभावना होती है समान।।

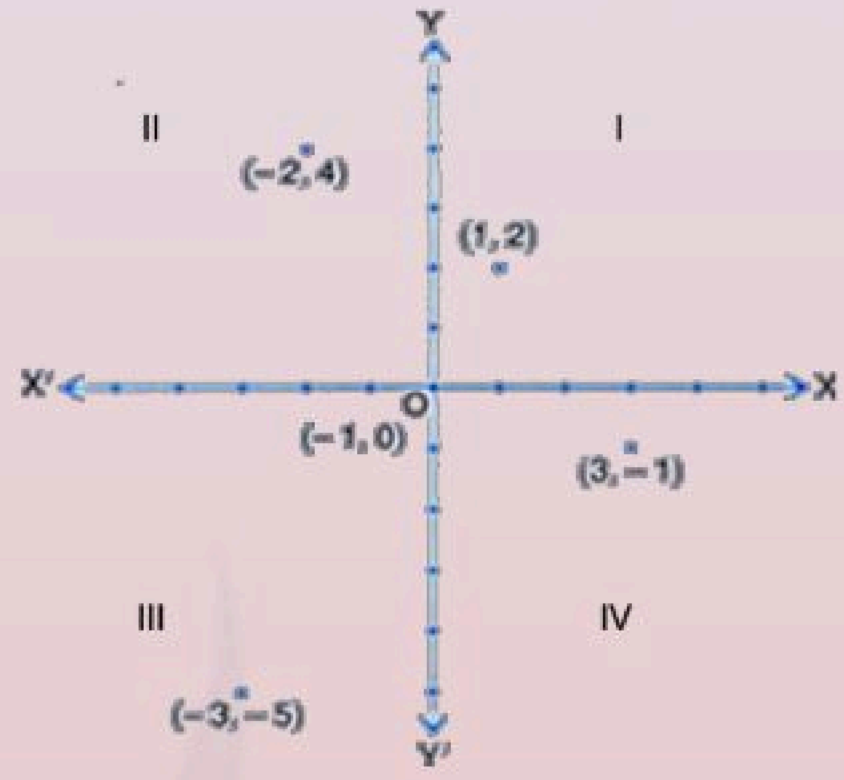
किसी घटना के घटित होने का,
अध्ययन जब हम करते हैं।
इसकी संभावना के मापन को ही,
प्रायिकता हम कहते हैं।।



घटना के अनुकूल परिणामों का,
घटना के कुल परिणामों से,
भाग जब हम करते हैं।
घटना की प्रायिकता को,
प्राप्त हम करते हैं।।

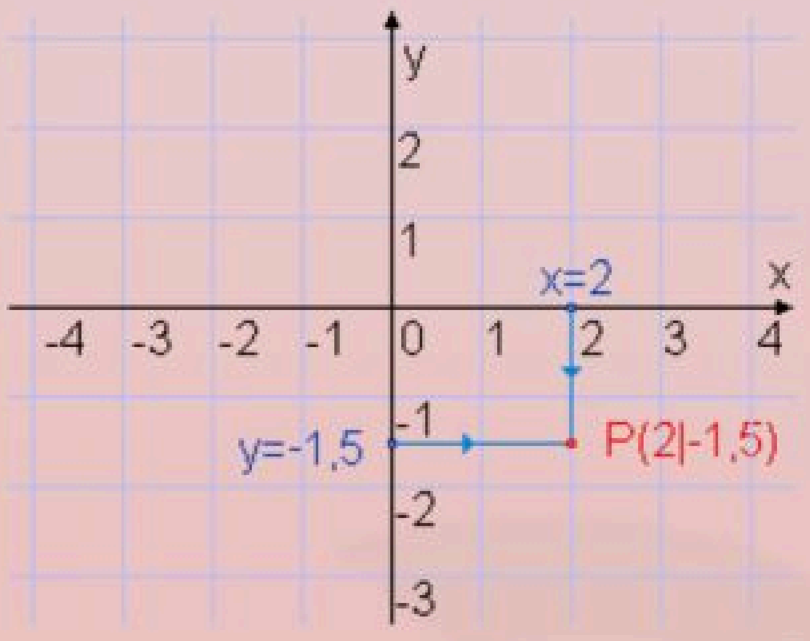
इकाई-17
"कार्तीय तल"

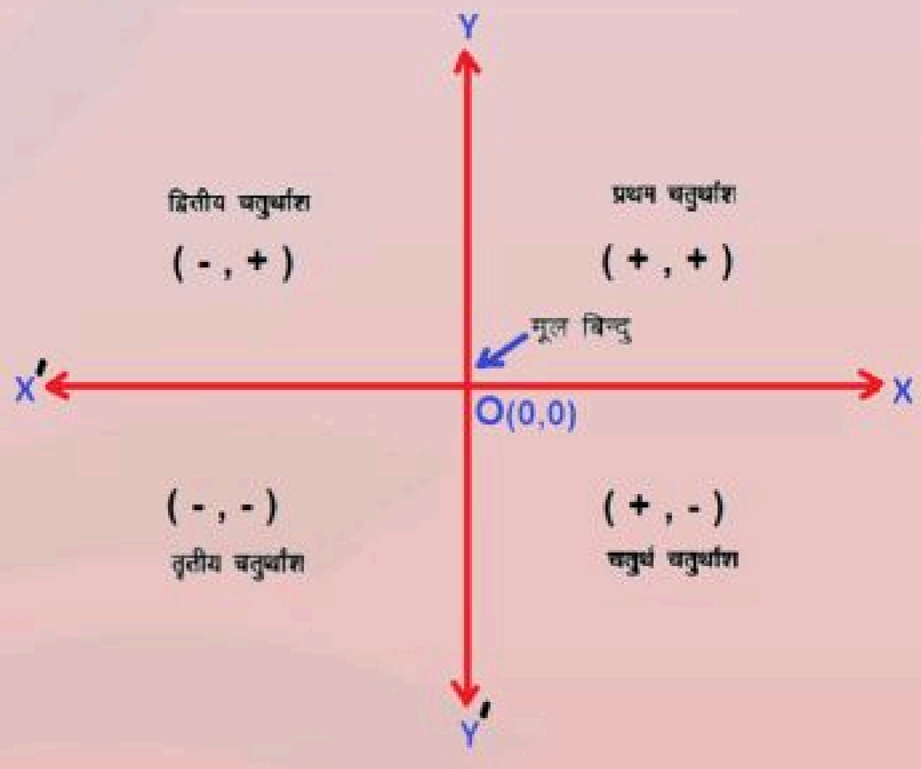




क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं से,
जब तल को विभक्त किया जाता।
ऐसा ही तल बच्चों,
कार्तीय तल कहलाता।।

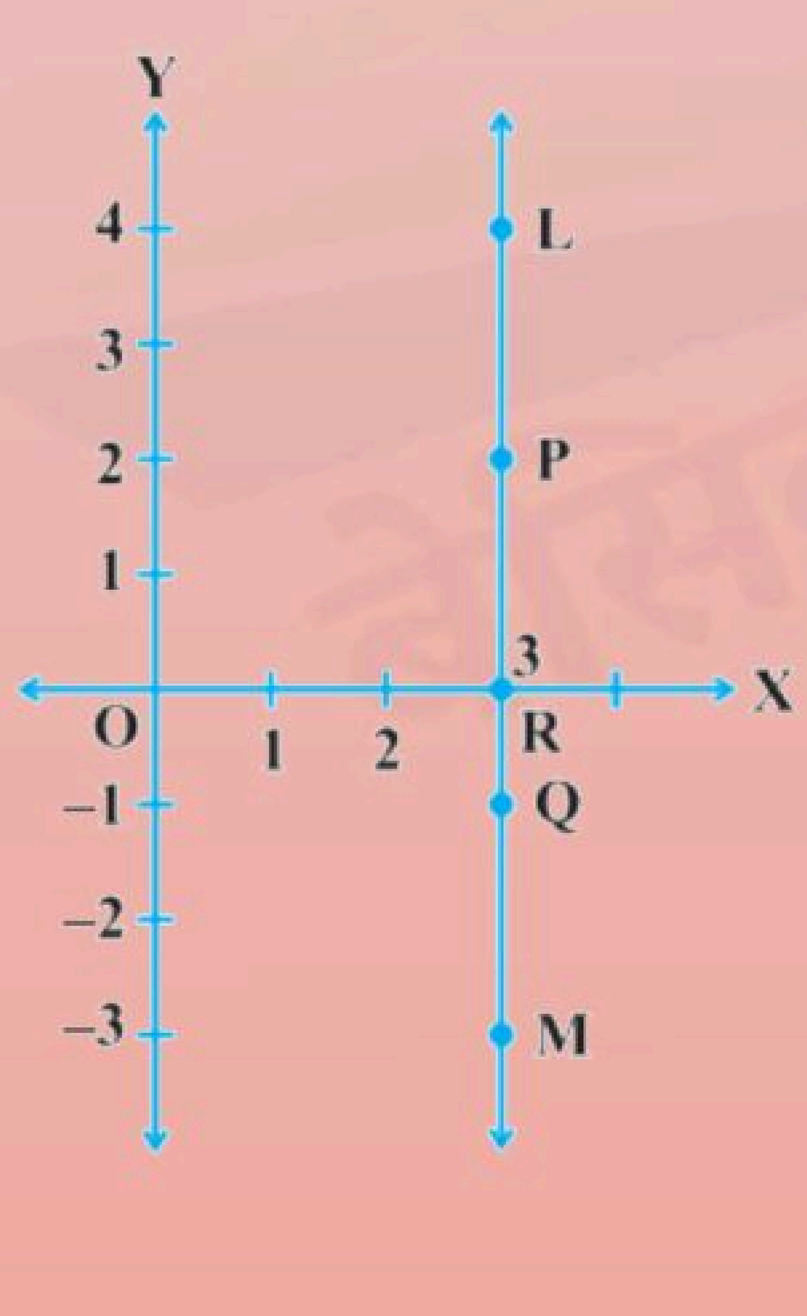
कार्तीय तल में क्षैतिज रेखा,
कहलाती है X-अक्ष।
इसी तल में ऊर्ध्वाधर रेखा,
कहलाती है Y-अक्ष

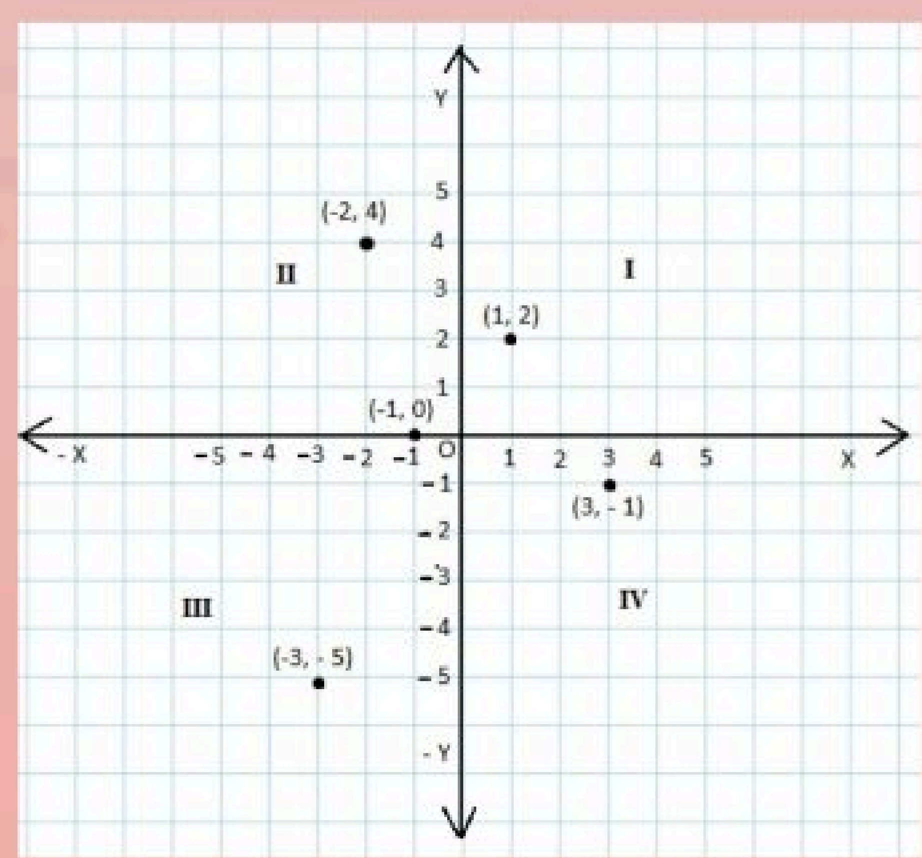




जब X-अक्ष और Y-अक्ष,
कार्तीय तल को विभक्त करें।
इनसे निर्मित चार खानों को ही,
हम चतुर्थांश कहें।।

प्रथम चतुर्थांश है धन-धन का घर,
द्वितीय है ऋण और धन का।
तृतीय चतुर्थांश है ऋण-ऋण का घर,
और चतुर्थ है ऋण-धन का।।



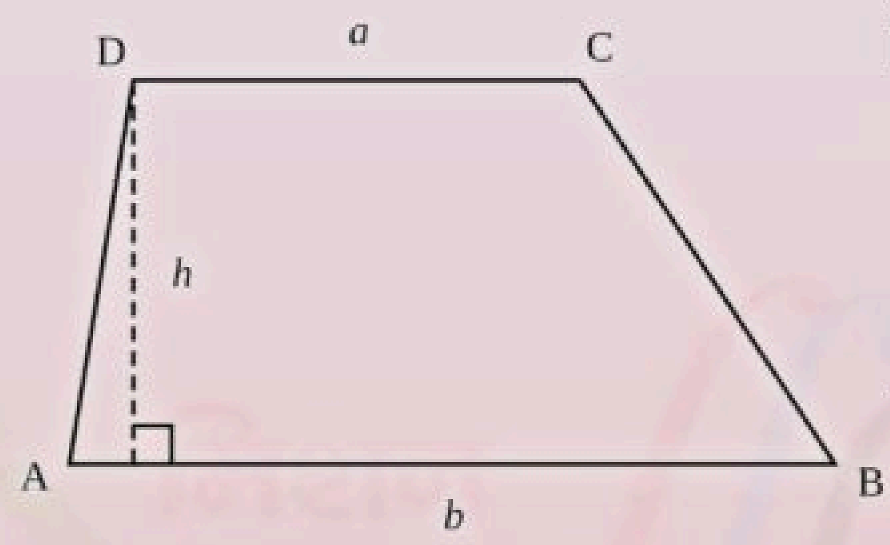


कार्तीय तल में किसी बिंदु के,
निर्देशांक जब ज्ञात करें।
(x,y) निर्देशांकों को,
क्रमशः भुज और कोटि कहें।।

कुछ वास्तविक सम्बन्धों का हम,
ग्राफ द्वारा निरूपण करें।
X-Y अक्षों के आधार पर,
निर्देशांकों से निरूपित करें।।

इकाई-18
"क्षेत्रमिति मेंसुरेशन"

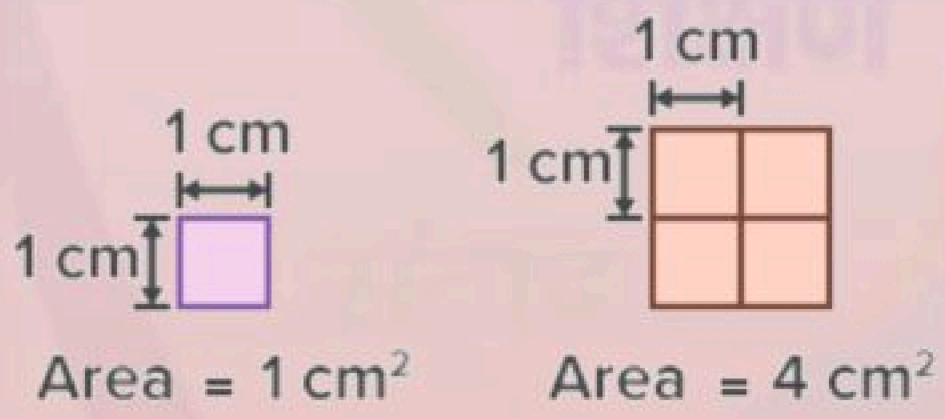
चार भुजाओं से घिरी आकृति,
समलम्ब तब कहलाती है।
जब उसकी दो भुजाएं समांतर,
और दो असमांतर हो जाती है॥



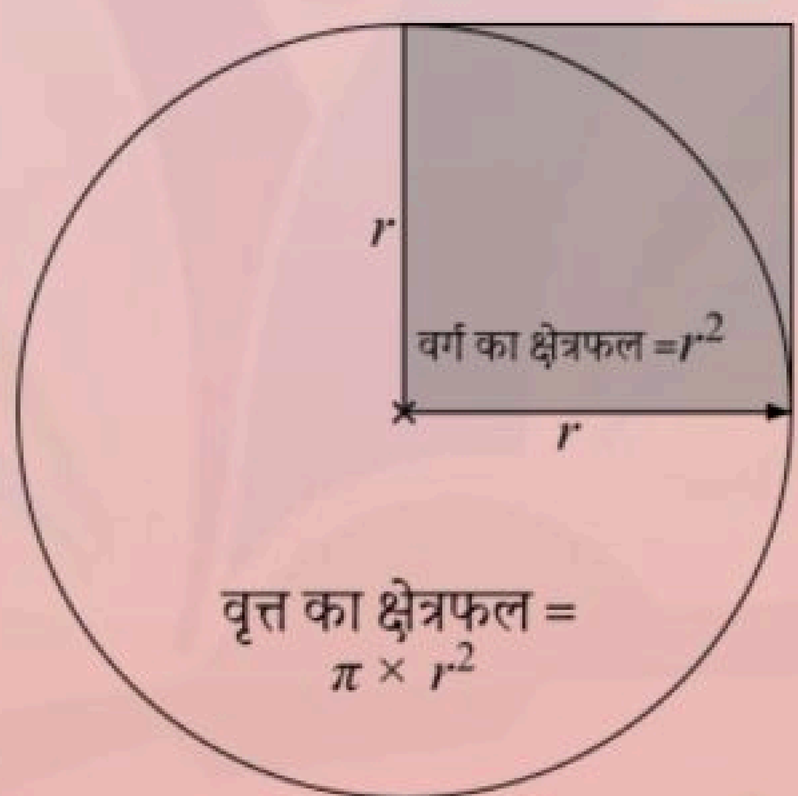
$$A = h \times (a + b) / 2$$

समांतर भुजाओं के योग का जब,
बीच ऊंचाई से गुणा करें।
प्राप्त गुणनफल को ही हम,
समलम्ब का क्षेत्रफल कहें॥

क्षेत्रफल की गणना सदैव,
वर्ग इकाई में की जाती है।
आयतन के लिए सदैव,
घन इकाई काम आती है॥



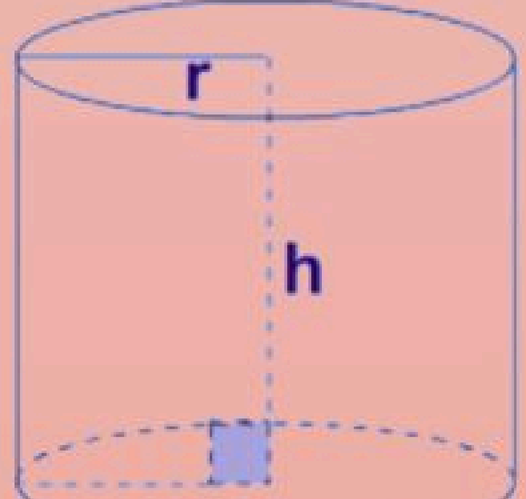
वृत्त का सम्पूर्ण गोल घेरा,
वृत्त की परिधि कहलाता है।
पाई और त्रिज्या के गुणनफल का,
दोगुना यह कहलाता है॥



वृत्त की त्रिज्या के वर्ग का,
जब गुणा करें अचर पाई से।
ज्ञात हो वृत्त का क्षेत्रफल,
मापे हम जिसे वर्ग इकाई से॥

आयत को उसकी एक भुजा के परितः,
जब घुमाया जाता है।
घुमाने से तब बना ठोस,
लम्ब वृत्तीय बेलन कहलाता है॥

$$A = 2\pi r^2 + h(2\pi r)$$



बेलन में दो समतल पृष्ठ,
और होता एक वक्र पृष्ठ।
समतल पृष्ठ होते हैं वृत्त,
समान त्रिज्या के होते ये वृत्त।।

बेलन की ऊंचाई का पहले,
त्रिज्या वर्ग और पाई से गुणा करें।
प्राप्त मान जो हमें मिले,
उसे ही बेलन का आयतन कहें॥

बेलन की ऊंचाई और त्रिज्या का,
दो पाई से जब गुणा करें।
प्राप्त मान जो हमें मिले,
बेलन का वक्र पृष्ठ कहें॥

दो पाई और ऊंचाई का,
त्रिज्या से गुणा किया जाता है।
प्राप्त मान जो आता है,
बेलन का वक्र पृष्ठ कहलाता है॥

लम्ब अथवा आधार के परितः,
समकोण त्रिभुज घुमाया जाता है।
इससे निर्मित ठोस ही,
लम्ब वृत्तीय शंकु कहलाता है॥

शंकु की ऊंचाई और त्रिज्या के,
वर्गों के योग का वर्गमूल किया।
जो मान हमें अब प्राप्त हुआ,
शंकु की तिरछी ऊंचाई हुआ॥

शंकु की त्रिज्या और तिरछी
ऊंचाई का,
जब गुणा करें अचर पाई से।
प्राप्त मान जो आता है,
शंकु का पार्शव पृष्ठ कहलाता है।

शंकु की ऊंचाई और त्रिज्या वर्ग
का,
जब गुणा करें पाई के तिहाई से,
प्राप्त मान जो आता है,
शंकु का आयतन कहलाता है।।